

**UNIVERSIDAD CENTRO OCCIDENTAL
"LISANDRO ALVARADO"
DECANATO DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA**

***CONJUNTOS BORROSOS
Y SU APLICACIÓN AL ANÁLISIS
DE CONFIABILIDAD Y FALLAS EN UN
SISTEMA INFORMÁTICO***

**TRABAJO DE ASCENSO PRESENTADO PARA OPTAR
A LA CATEGORIA DE PROFESOR TITULAR**

BELKYS LÓPEZ DE LAMEDA

MAYO 1.999

ÍNDICE GENERAL

	Págs.
I. Introducción	1
II. Falla y Confiabilidad.....	3
III. Conjuntos borrosos:	
III. 1 Concepto y representación.....	9
III. 2 Conjunto cantoriano.....	14
III. 3 Operaciones con conjuntos borrosos.....	16
III. 4 Conceptos adicionales.....	22
IV. Relaciones borrosas:	
IV. 1 Definición.....	26
IV. 2 Operaciones con relaciones borrosas.....	28
IV. 3 Composición de relaciones borrosas.....	28
V. α- cortaduras y números borrosos:	
V. 1 α- cortaduras.....	32
V. 2 Núcleo de un conjunto borroso.....	33
V. 3 Teoremas de descomposición.....	34
V. 4 Conjuntos borrosos triangulares y Trapezoidales.....	39
V. 5 Definición de número borroso.....	42
V. 6 Números borrosos triangulares y su representación.....	43
V. 7 Números borrosos triangulares standard...	47

VI. Semejanza y Grado de Aceptación:	
VI. 1 Semejanza.....	52
VI. 2 Grado de Aceptación.....	52
VII. Aplicación:	
VII. 1 Metodología.....	56
VII. 2 Estudio de la confiabilidad.....	58
VII. 3 Estudio de las fallas.....	61
VII. 4 Análisis de las relaciones.....	79
VIII. Conclusiones.....	98
IX. Bibliografía.....	102
X. Anexos:	
X. 1 Instrumento aplicado para la recolección de los datos.....	107
X. 2 Representación de números borrosos triangulares standard.....	109
X. 3 Representación de funciones de membresía usuales.....	116

I. INTRODUCCIÓN

I. INTRODUCCIÓN

El análisis de confiabilidad y fallas es un aspecto importante a ser considerado para diversas actividades prácticas, entre ellas la toma de decisiones asociadas con la adquisición, mantenimiento y reposición de equipos y sistemas.

Por otra parte, los conjuntos borrosos y la lógica borrosa son disciplinas en plena evolución que permiten abordar diversos temas y problemas a través de un enfoque diferente a los enfoques tradicionales.

De aquí surge la base de este trabajo, el cual consiste en aplicar conocimientos relacionados con conjuntos borrosos al análisis de confiabilidad y fallas, y en particular a un sistema informático.

Para realizar el trabajo se hizo una investigación bibliográfica extensa sobre conjuntos borrosos y confiabilidad; se estableció el área específica de aplicación junto con la metodología a emplear; se desarrolló la aplicación para llegar luego a las conclusiones. Finalmente se organizó la información, la cual se presenta en los apartados siguientes de este informe.

II. FALLA Y CONFIABILIDAD

II. FALLA Y CONFIABILIDAD

Según Ferreira, Mario et al (1995), *falla* es " la ocurrencia de un defecto en un instante determinado durante la vida útil de un producto".

Son ejemplos de fallas, un fusible quemado dentro de una fuente de alimentación, el monitor de un computador que deja de funcionar, un refrigerador que no enfría.

Según Peñalba, Jesús (1.983), confiabilidad es " la capacidad o aptitud de un dispositivo para realizar una función prevista bajo condiciones determinadas y durante un período de tiempo determinado".

Una forma de cuantificar la confiabilidad es mediante la definición de Hillier, Frederick y Lieberman, Gerald (1.974); la cual define *confiabilidad* como "la probabilidad de que un dispositivo trabaje adecuadamente sobre un intervalo $[0, t]$ ", donde el dispositivo puede ser un sistema completo, un subsistema o un componente (un subsistema puede contener uno o más componentes). Entonces, si un número grande N_0 de dispositivos idénticos está siendo probado, N_s es el número de dispositivos que sobreviven después de un tiempo t , la confiabilidad $C(t)$ será igual a N_s / N_0 .

La razón de falla $\lambda (t)$, la cual es definida como la razón a la cual la población cambia en un tiempo t , puede mostrarse que está dada por:

$$\lambda (t) = -(1/t) d C(t)/ d(t)$$

donde $dC(t)/dt$ representa el diferencial de la confiabilidad con respecto al tiempo.

La gráfica de los datos estadísticos correspondientes a las fallas en dispositivos tienen la forma de la gráfica siguiente, llamada “curva de la bañera”

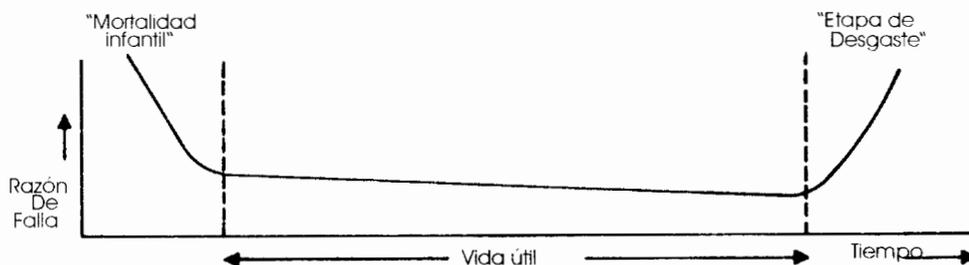


Figura II. 1 "Curva de la bañera"

En dicha gráfica se observa inicialmente que hay una razón de falla relativamente alta que decrece rápidamente, este período es llamado “etapa de mortalidad infantil”, y es debida a la falla temprana de los componentes débiles existentes. Posteriormente, la razón de falla se estabiliza rápidamente a un valor relativamente constante. Este período es llamado “etapa de vida útil”. Finalmente, después de bastante uso, la razón de falla comienza a incrementarse rápidamente como resultado del deterioro y desgaste de los componentes.

La confiabilidad de un sistema puede evaluarse al conocerse la confiabilidad de cada uno de los componentes.

Consideremos un sistema con n componentes trabajando independientemente. Designamos $C_i(t)$, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ la confiabilidad de la i -ésima componente, entonces se prueba que:

a) Cuando dichos n componentes están en serie, la confiabilidad del sistema está dado por la expresión:

$$C(t) = C_1(t) \cdot C_2(t) \cdot \dots \cdot C_n(t)$$

b) Cuando los n -componentes están en paralelo, la confiabilidad del sistema está dado por la expresión:

$$C(t) = 1 - [1 - C_1(t)][1 - C_2(t)] \cdot \dots \cdot [1 - C_n(t)]$$

y un caso particular es cuando cada componente tiene igual confiabilidad, como por ejemplo $C_i(t) = c(t)$ para toda i , entonces esta última expresión se transforma en:

$$C(t) = 1 - [1 - c(t)]^n$$

(Véase Meyer, Paul L. 1.992)

El análisis tradicional de confiabilidad debe satisfacer las tres premisas siguientes: el evento debe estar definido precisamente, debe haber disponibilidad de un gran número de datos recolectados y su distribución será siempre similar en cualquier momento en que se recolecten los datos.

Hay entonces dos hipótesis básicas:

- 1) Se admite un modelo probabilístico, es decir, que el comportamiento del sistema es caracterizado en términos de probabilidades.

- 2) El sistema se encuentra en dos posibles estados: que funcione o que no funcione.

Nuestro estudio no partirá de las premisas ni de las hipótesis anteriores, en su lugar basaremos nuestro análisis en que es posible cualificar ***confiabilidad y falla***, a través de **opiniones de usuarios experimentados**, mediante la aplicación de conceptos y técnicas sobre conjuntos borrosos.

III. CONJUNTOS BORROSOS

III. CONJUNTOS BORROSOS

III. 1 Concepto y Representación

Tomemos la noción de borroso, basándonos en Alexis J. Rodríguez G. (1991)

“Estas nociones no precisas y hasta subjetivas, presentes en muchas actividades del hombre y en particular en su pensamiento, deben ser tratadas matemáticamente. Es este el esfuerzo de Lofti Zadeh y sus discípulos al establecer un modelo para explicar o intentar explicar aquellas relaciones del mundo que no son susceptibles de ser abordadas con la matemática usual. No se trata aquí, dicho sea de paso, de negar la matemática usual o de rechazarla, sólo se trata de proponer, si se quiere, un modelo para explicar tales hechos”.

Los conjuntos borrosos juegan un papel muy importante en el estudio de los sistemas, debido a su capacidad de modelar la imprecisión no estadística. Nikhil R. Pal and James C. Bezdek (1.994), señalan la existencia de diferentes tipos de incertidumbre. Una de estos tipos de incertidumbre, es la probabilística, la cual es debido a fenómenos de aleatoriedad, por ejemplo: la incertidumbre de aparecer un número dado en un juego de ruleta. Otro tipo es la incertidumbre de *RESOLUCIÓN*, en cuya situación se refleja ambigüedad en especificar una determinada medición o fenómeno, por ejemplo: la incertidumbre de determinar si apareció un número determinado o el contiguo en la ruleta. Y por último, la incertidumbre borrosa debido a la imprecisión lingüística o vaguedad, por ejemplo: al decir que apareció un número *ALTO* en un juego de ruleta.

III. 1 Concepto y Representación:

Consideremos un conjunto X de elemento genérico x , dicho conjunto constituye el universo a tomar.

Un Conjunto Borroso A de X es formado por el par $(A, \mu_A(x))$, donde x es una variable de A y μ_A es una función cuya imagen pertenece al intervalo cerrado $[0,1]$. La función μ_A recibe el nombre de función de intensidad de pertenencia y el valor $\mu_A(x)$ representa el grado de pertenencia de x al subconjunto A . Cuando $\mu_A(x)$ toma el valor de 1 se tiene una pertenencia absoluta de x en A , mientras que si $\mu_A(x)$ toma el valor de 0 se tiene la no pertenencia absoluta de x en A . Un valor de $\mu_A(x)$ cercano a 1 significa que el grado de pertenencia de x en A es alto, y si $\mu_A(x)$ es cercano a 0 significa que el grado de pertenencia es bajo.

Por ejemplo, consideremos x como la temperatura ambiente en grados centígrados (de 10°C a 40°C) y $\mu_A(x)$ la función de pertenencia del grado en que una temperatura ambiente es considerada como “caliente” (entre 0 y 1), para un grupo de personas.

Supóngase que para dicha situación se ha encontrado una relación entre $\mu_A(x)$ y X representada por la siguiente gráfica:

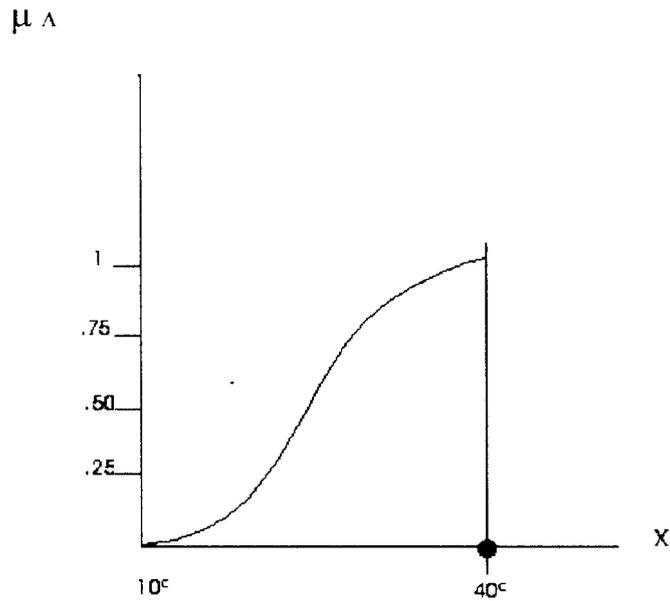


Figura III.1 Temperaturas en el rango de 10° a 40°C concebida tradicionalmente.

El gráfico anterior representa la función de pertenencia (llamada también de membresía) del conjunto borroso de las temperaturas ambientes consideradas como “calientes”. De igual manera, si consideramos los conjuntos borrosos de las temperaturas consideradas como “normales” y de las temperaturas ambiente consideradas como “frías” para un grupo de persona, podemos encontrar sus funciones de pertenencia y obtener sus representaciones gráficas.

La siguiente figura muestra las funciones de pertenencia, tanto para los conjuntos de las temperaturas “calientes” como para los de las temperaturas “normales” y de las temperaturas “frías”.

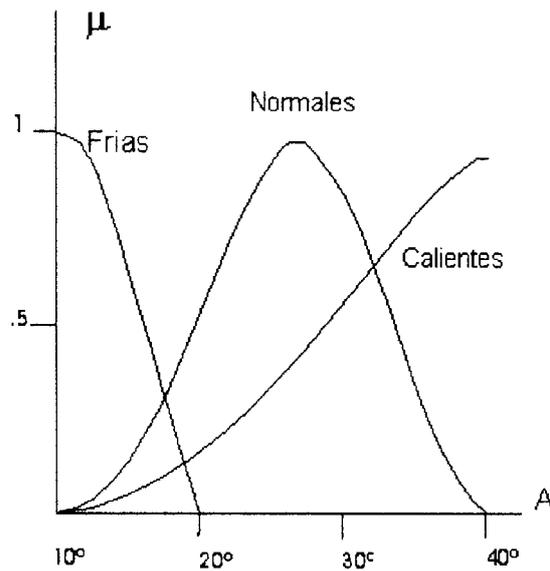


Figura III.2 Temperaturas en el rango de 10° a 40°C concebida como variable borrosa.

Al final se anexa una tabla con los tipos de funciones de membresía más usuales.

La variable x de un conjunto borroso puede ser continua o discreta. Para el caso continuo, un conjunto borroso es por ejemplo:

$$A = \left\{ x / \mu_A(x) \begin{cases} = 1 & \text{sí } x \geq a \\ = (x - a) / x^2 & \text{sí } 0 \leq x \leq a \\ = 0 & \text{sí } x < 0 \end{cases} \right.$$

Para el caso discreto, un conjunto borroso puede ser considerado como:

$$B = \{0/-3 + 0.2/-2 + 0.25/-1 + 0.2/0 + 0.8/1 + 0.5/2 + 0/3\}$$

se lee como: una variable x vale -3 con **grado de pertenencia "0"**.

La variable x vale -2 con **grado de pertenencia “0.2”**.

La variable x vale -1 con **grado de pertenencia “0.25”**. etc.

Se puede representar el conjunto borroso B de la siguiente manera:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Grado de Aceptación de la Variable x para el conjunto B	0	0.2	0.25	0.2	0.8	0.5	0

Tabla III. 1 Representación tabular del conjunto borroso B.

Expresado gráficamente, tenemos:

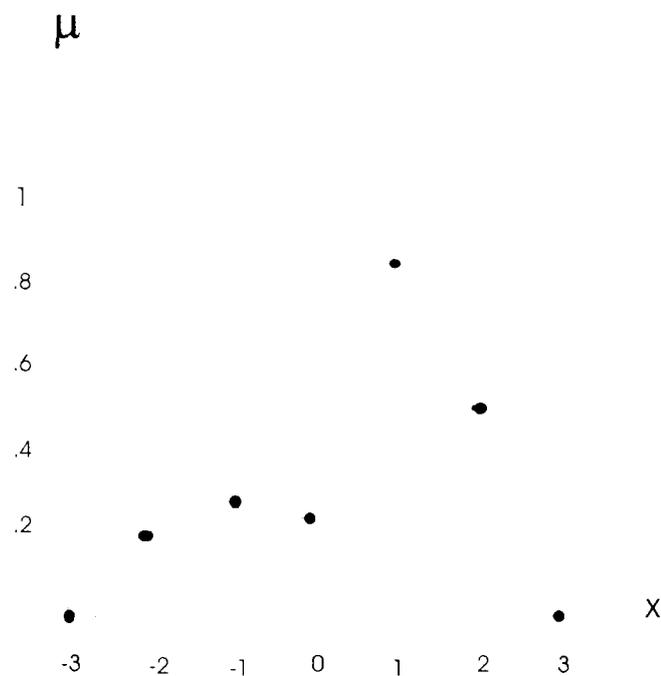


Figura III. 3 Representación gráfica del Conjunto Borroso B

III.2 CONJUNTO CANTORIANO

Un conjunto cantoriano se describe de modo intuitivo como una colección de objetos, los cuales poseen un criterio de pertenencia que nos permite decidir si un objeto pertenece o no al conjunto.

El universo de discurso lo designaremos por $X = \{x\}$ y A, B los subconjuntos de X .

Ejemplos: a) El conjunto de los seres humanos.

b) El conjunto de los números racionales en $[5, 10]$

c) El conjunto de los números naturales.

La diferencia entre conjuntos cantorianos y conjuntos borrosos, la veremos en términos de funciones de pertenencia.

Una manera de caracterizar un conjunto cantoriano es mediante la función indicatriz, la cual se define así: Siendo A un subconjunto cantoriano de X , la función

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

es llamada función indicatriz de A . Esta corresponde a la función de pertenencia de A . El grado es de dos valores, si x está incluido en A , éste es 1 y en caso contrario es 0. En otras palabras, la función indicatriz de un conjunto cantoriano es expresada por:

$$I_A: X \rightarrow \{0,1\}$$

Y el rango de valores $\{0,1\}$ es una parte de los rangos de las funciones de pertenencia del conjunto borroso.

El grado de pertenencia en un conjunto borroso puede ser cualquiera desde 1 a 0 y este rango es el que lo hace diferente de un conjunto cantoriano en X .

Puede mostrarse que cada uno de los subconjuntos cantorianos de X tiene una correspondencia una a una con la función indicatriz y entonces las funciones de pertenencia son extensiones de las funciones indicatrices, luego los conjuntos borrosos son extensiones de los conjuntos cantorianos. En la literatura borrosa, los conjuntos cantorianos suelen llamarse conjuntos nítidos.

La notación de los conjuntos borrosos en adelante se hará remarcando más el color negro en el conjunto en estudio.

III.3 OPERACIONES CON CONJUNTOS BORROSOS

A continuación se presentan las diferentes operaciones con conjuntos borrosos.

a) INTERSECCIÓN

Consideremos los conjuntos borrosos **A** y **B**. La intersección de estos dos conjuntos es un conjunto borroso **C** denotado por $C = A \cap B$. La función de pertenencia de este nuevo conjunto borroso **C** está dada por:

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ para } x \text{ en } X.$$

Ejemplo: Consideremos los conjuntos borrosos:

$$A = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

$$B = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0.3/-1 + 0/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0/3 + 0.5/4\}$$

$$C = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0/-1 + 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0/3 + 0.5/4\}$$

Cuya representación gráfica es:

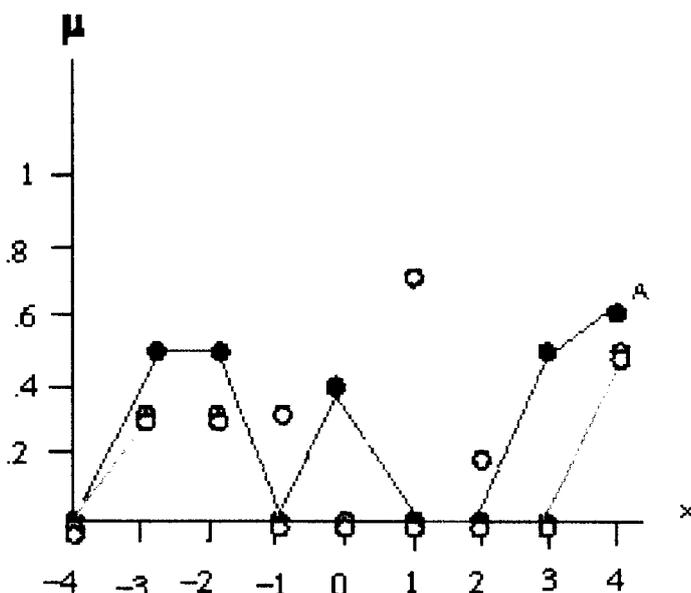


Figura III. 4 Representación gráfica de la intersección de los conjuntos borrosos A y B.

b) UNIÓN

Consideremos los conjuntos borrosos **A** y **B**. La unión de estos dos conjuntos es un conjunto borroso **D**, denotado por $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cup \mathbf{B}$. La función de pertenencia de este nuevo conjunto borroso **D** está dada por:

$$\mu_{\mathbf{D}}(x) = \max(\mu_{\mathbf{A}}(x), \mu_{\mathbf{B}}(x)), \text{ para } x \text{ en } X.$$

Ejemplo: Consideremos los conjuntos borrosos siguientes:

$$\mathbf{A} = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

$$\mathbf{B} = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0.3/-1 + 0/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0/3 + 0.5/4\}$$

$$\mathbf{D} = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0.3/-1 + 0.4/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

Cuya representación gráfica es la siguiente:

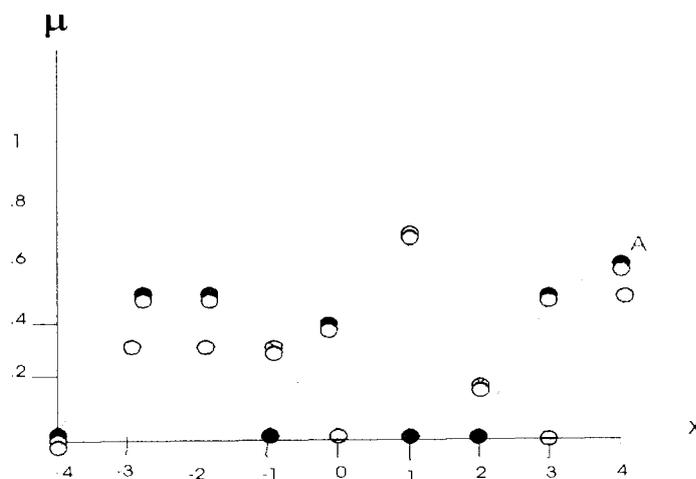


Figura III. 5 Representación gráfica de la unión de los conjuntos borrosos **A** y **B**.

c) COMPLEMENTO

Consideremos el conjunto borroso A , su complemento, denotado por A^c es también un conjunto borroso, caracterizado por la función de pertenencia:

$$\mu_{A^c} = 1 - \mu_A(x), \quad \text{para } x \in X$$

Ejemplo: Sea el conjunto borroso

$$A = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

$$A^c = \{1/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 1/-1 + 0.6/0 + 1/1 + 1/2 + 0.5/1 + 0.4/4\}$$

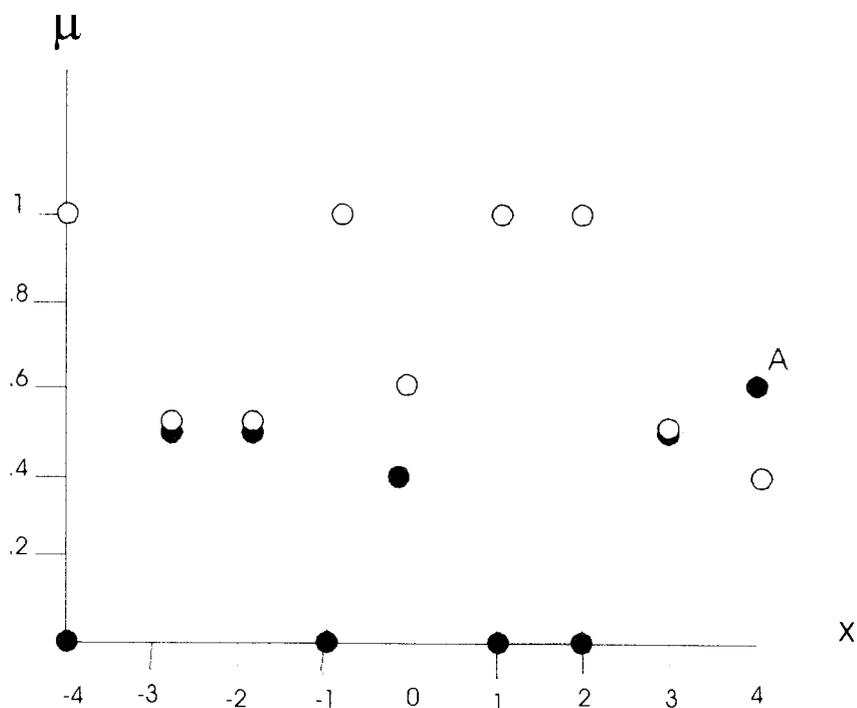


Figura III. 6 Representación gráfica del complemento del conjunto borroso A .

d) DIFERENCIA

Consideremos los conjuntos borrosos **A** y **B**. La diferencia de **A** respecto **B** es también un conjunto borroso dado por:

$A - B = A \cap B^c$, usando la función de pertenencia se tiene

$$\mu_{A-B} = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)), \text{ para } x \in X$$

Ejemplo. Usando los siguientes conjuntos borrosos,

$$A = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

$$B = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0.3/-1 + 0/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0/3 + 0.5/4\}$$

$$B^c = \{1/-4 + 0.7/-3 + 0.7/-2 + 0.7/-1 + 1/0 + 0.3/1 + 0.8/2 + 1/3 + 0.5/4\}$$

$$A - B = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.5/4\}$$

cuya representación gráfica es la siguiente:

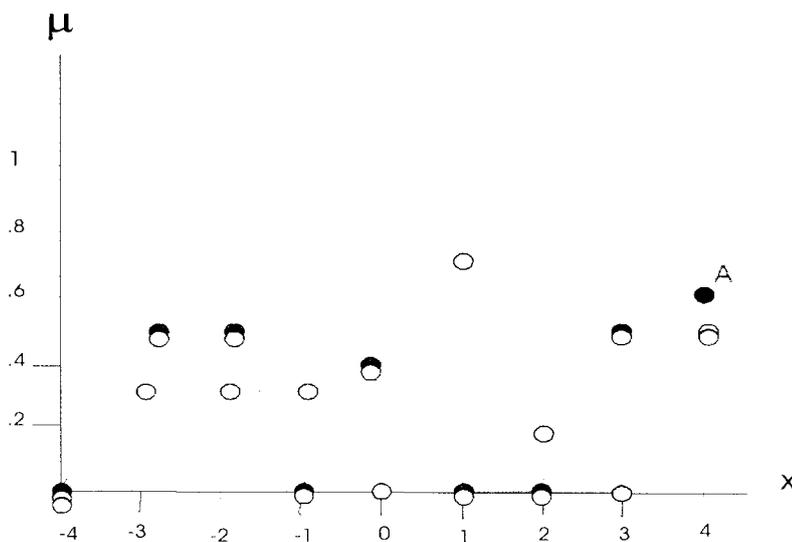


Figura III. 7 Representación gráfica de la diferencia del conjunto borroso **A** respecto al conjunto borroso **B**

e) SUMA DISYUNTIVA

Consideremos los conjuntos borrosos **A** y **B**, la suma disyuntiva de estos conjuntos es también un conjunto borroso dado por:

$$A + B = (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$$

Ejemplo: Usando los conjuntos borrosos siguientes:

$$A = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4\}$$

$$B = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0.3/-1 + 0/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0/3 + 0.5/4\}$$

$$A^c = \{1/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 1/-1 + 0.6/0 + 1/1 + 1/2 + 0.5/3 + 0.4/4\}$$

$$B^c = \{1/-4 + 0.7/-3 + 0.7/-2 + 0.7/-1 + 1/0 + 0.3/1 + 0.8/2 + 1/3 + 0.5/4\}$$

$$A \cap B^c = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.5/4\}$$

$$B \cap A^c = \{0/-4 + 0.3/-3 + 0.3/-2 + 0.3/-1 + 0/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0/3 + 0.4/4\}$$

Luego,

$$A + B = \{0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0.3/-1 + 0.4/0 + 0.7/1 + 0.2/2 + 0.5/3 + 0.5/4\}$$

Su representación gráfica es:

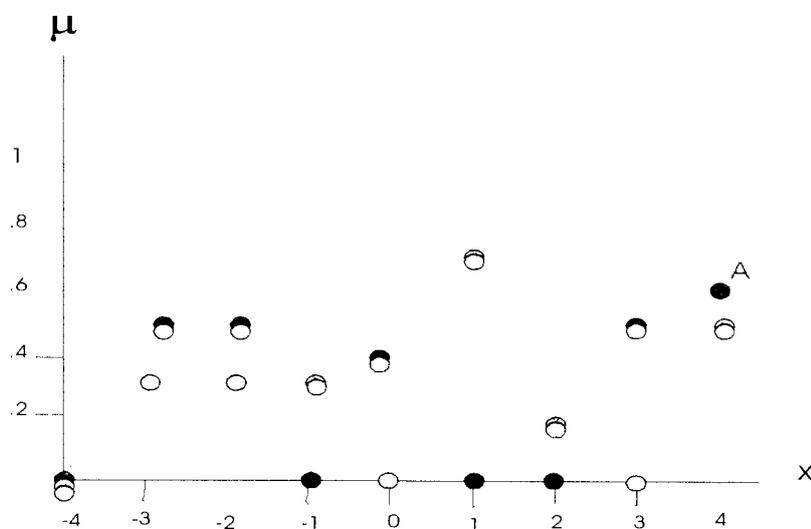


Figura III. 8 Representación gráfica de la suma disyuntiva de los conjuntos borrosos **A** y **B**

f) TRANSFORMACIÓN DE UN CONJUNTO BORROSO

Esta operación permite reducir un conjunto borroso a la misma base. La **Normalización** asegura que al menos un elemento del conjunto borroso tenga un grado de pertenencia igual a uno.

Se denota por $NORM(A)$, pero por comodidad usaremos

$$A^1 = \{ x \in X / \frac{\mu_A(x)}{m} \}$$

donde $m = \max \{ \mu_A(x) / x \in A \}$.

Ejemplo: Consideremos el conjunto borroso:

$$A = \{ 0/-4 + 0.5/-3 + 0.5/-2 + 0/-1 + 0.4/0 + 0/1 + 0/2 + 0.5/3 + 0.6/4 \}$$

Sabiendo que el número máximo es el 0.6, el conjunto normalizado de A es

$$A^1 = \{ 0/-4 + 0.83/-3 + 0.83/-2 + 0/-1 + 0.66/0 + 0/1 + 0/2 + 0.83/3 + 1/4 \}$$

III. 4 CONCEPTOS ADICIONALES.

a) SOPORTE DE UN CONJUNTO BORROSO

El soporte de un conjunto borroso A en un conjunto de discurso X , es el conjunto nítido que contiene todos los elementos de X que tienen una función de pertenencia diferente a cero en A .

Simbólicamente se representa como:

$$\text{Sop } \mathbf{A} = \{x \in X / \mu_{\mathbf{A}}(x) > 0\}$$

Considerando el conjunto borroso:

$$\mathbf{A} = \{0.5/1 + 0.2/2 + 0.2/3 + 0.8/4 + 0.3/5 + 0/6 + 0/7\}$$

el soporte de este conjunto \mathbf{A} es:

$$\text{Sop } \mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

b) CARDINALIDAD

El número de elementos de un conjunto nítido finito A es llamado Cardinalidad de A y es denotado por $|A|$. Análogamente, para un conjunto borroso \mathbf{A} con soporte finito, podemos considerar *la Cardinalidad de \mathbf{A}* como la suma de los grados de pertenencia, denotada como

$$\text{card } \mathbf{A} = \sum \mu_{(\mathbf{A}(x))} = |\mathbf{A}| \quad (1)$$

Para el conjunto borroso **A** siguiente:

$$\mathbf{A} = \{1/0.1 + 1/0.2 + 0.5/0.3 + 1/0.4 + 1/0.5\}$$

La cardinalidad de **A** es:

$$|\mathbf{A}| = 1 + 1 + 0.5 + 1 + 1 = 4.5$$

Para conjuntos de discurso infinitos X , esta suma está restringida al soporte de **A**. En el caso de conjuntos de discurso infinitos contables, es decir, conjuntos discretos $X = \{a_i / i \geq 1\}$, los conjuntos borrosos con soporte infinito pueden tener cardinalidad finita o infinita como (1).

c) PUNTO BORROSO ÚNICO (“SINGLETON”)

Un conjunto borroso **A** cuyo soporte es un único punto en X con $\mu_{\mathbf{A}}(x) = 1$, es llamado *punto borroso único*.

d) ALTURA DE UN CONJUNTO BORROSO

La altura de un conjunto borroso **A** está definido por:

$$\text{Altura de } \mathbf{A} = \sup_{x \in X} \mu_{\mathbf{A}}(x)$$

sup representa supremo.

El conjunto borroso con una altura igual a uno es llamado **NORMAL**.

Cuando la altura de un conjunto borroso **A** es el valor de la función de pertenencia de únicamente uno de los puntos del conjunto de discurso X , en este caso **A** es llamado **CONJUNTO UNIMODAL**.

Ejemplo: Consideremos los conjuntos borrosos:

$$\mathbf{A} = \{0/0 + 1/2 + 0/4 + 0/6 + 0/8 + 0/10\}$$

$$\mathbf{B} = \{0/0 + 0.5/2 + 0/4 + 1/6 + 0/8 + 0/10\}$$

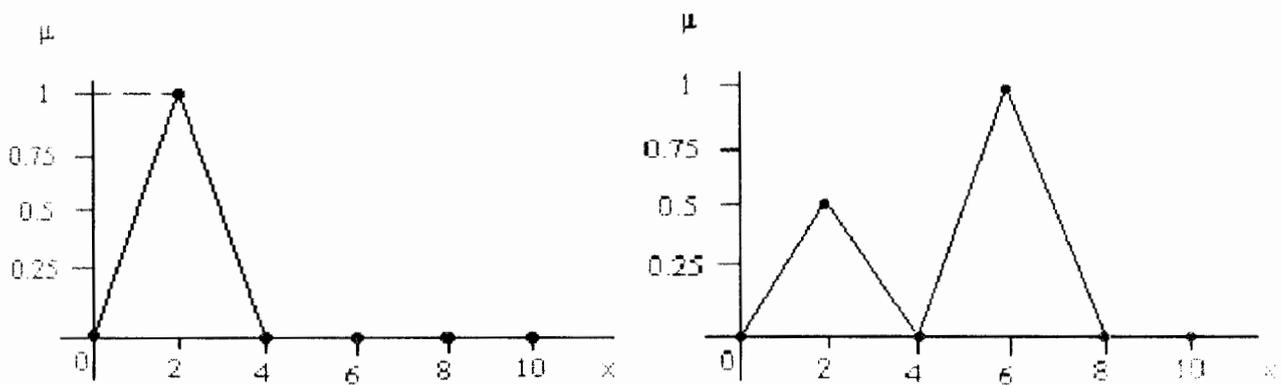


Figura III. 9 Representación gráfica de conjuntos borrosos con sus alturas.

Observamos en este caso que la altura de **A** es igual a 1 y las alturas de **B** son 0.5 y 1.

IV. RELACIONES BORROSAS

IV. RELACIONES BORROSAS

IV.1 DEFINICIÓN

Consideremos dos conjuntos de discurso, el producto cartesiano $A \times B$ y el conjunto $L = [0, 1]$. Se llama **RELACIÓN BORROSA R** de A en B al par (R, μ_R) , donde R es un subconjunto de $A \times B$ y μ_R es una función de pertenencia definida sobre $A \times B$ a valores en L .

NOTACIÓN: xRy .

En esta relación x es un elemento de A , y un elemento de B , $\mu(x, y)$ representa la intensidad del grado de la relación.

Ejemplo 1: Consideremos los conjuntos $A = \{x_1, x_2, x_3\}$, $B = \{y_1, y_2, y_3\}$ luego $A \times B = \{(x_1, y_1), (x_1, y_2), (x_1, y_3), (x_2, y_1), (x_2, y_2), (x_2, y_3), (x_3, y_1), (x_3, y_2), (x_3, y_3)\}$

Además, siendo:

$$\begin{array}{lll} \mu(x_1, y_1) = 0.3 & \mu(x_1, y_2) = 0.5 & \mu(x_1, y_3) = 0 \\ \mu(x_2, y_1) = 0.3 & \mu(x_2, y_2) = 0.8 & \mu(x_2, y_3) = 1 \\ \mu(x_3, y_1) = 0 & \mu(x_3, y_2) = 0.8 & \mu(x_3, y_3) = 0.5 \end{array}$$

el valor $\mu(x_1, y_1) = 0.3$ nos refiere que x_1 se relaciona con y_1 con un grado de intensidad 0.3, de igual manera con los otros valores de μ . Luego definamos la **RELACIÓN BORROSA** para este ejemplo:

$$R = \{(x_1, y_1)/0.3, (x_1, y_2)/0.5, (x_1, y_3)/0, (x_2, y_1)/0.3, (x_2, y_2)/0.8, (x_2, y_3)/1, (x_3, y_1)/0, (x_3, y_2)/0.8, (x_3, y_3)/0.5\}$$

R es subconjunto de $A \times B$ y puede ser representada así:

A \ B	y1	y2	y3
x1	0.3	0.5	0
x2	0.3	0.8	1
x3	0	0.8	0.5

Tabla IV. 1 Representación tabular de la relación borrosa **R**.

Ejemplo 2: Consideremos los conjuntos $B = \{y_1, y_2, y_3\}$ $C = \{z_1, z_2\}$. Además,

$$\mu(y_1, z_1) = 0 \quad \mu(y_1, z_2) = 0 \quad \mu(y_2, z_1) = 0.8$$

$$\mu(y_2, z_2) = 0.1 \quad \mu(y_3, z_1) = 0.7 \quad \mu(y_3, z_2) = 0.1$$

Luego definamos la relación borrosa **R₁** para este ejemplo:

$$\mathbf{R}_1 = \{(y_1, z_1)/0, (y_1, z_2)/0, (y_2, z_1)/0.8, (y_2, z_2)/0.1, (y_3, z_1)/0.7, (y_3, z_2)/0.1\}$$

Representada así:

B \ C	z1	z2
y1	0	0
y2	0.8	0.1
y3	0.7	0.1

Tabla IV. 2 Representación tabular de la relación borrosa **R₁**.

IV. 2 OPERACIONES CON RELACIONES BORROSAS

Sean dos relaciones borrosas **R** y **S**,

a) La unión de **R** y **S** denotada por $\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$ es la relación borrosa

$$\begin{aligned}\mu_{\mathbf{R} \cup \mathbf{S}}(x, y) &= \max [\mu_{\mathbf{R}}(x, y), \mu_{\mathbf{S}}(x, y)] \\ &= \mu_{\mathbf{R}}(x, y) \vee \mu_{\mathbf{S}}(x, y)\end{aligned}$$

b) La intersección de **R** y **S** denotada por $\mathbf{R} \cap \mathbf{S}$ es la relación borrosa

$$\begin{aligned}\mu_{\mathbf{R} \cap \mathbf{S}}(x, y) &= \min [\mu_{\mathbf{R}}(x, y), \mu_{\mathbf{S}}(x, y)] \\ &= \mu_{\mathbf{R}}(x, y) \wedge \mu_{\mathbf{S}}(x, y)\end{aligned}$$

IV. 3 COMPOSICIÓN DE RELACIONES BORROSAS

Consideremos A, B y C tres conjuntos, las relaciones borrosas $\mathbf{R} \in A \times B$, $\mathbf{R}_1 \in B \times C$. La composición de **R** y \mathbf{R}_1 es también una relación borrosa definida así:

$$\mu_{\mathbf{R}_1 \circ \mathbf{R}}(x, z) = \max [\min ((\mu_{\mathbf{R}}(x, y), \mu_{\mathbf{R}_1}(y, z))),$$

donde $x \in A$, $y \in B$, $z \in C$ respectivamente.

Usando las relaciones de los dos ejemplos anteriores, de las tablas IV.1 y IV.2, la composición de **R** y \mathbf{R}_1 se calcula así:

$$\min (\mu_R(x_1,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_1))) = \min (0.3,0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_1,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_1))) = \min (0.5, 0.8) = 0.5$$

$$\min (\mu_R (x_1,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_1))) = \min (0, 0.7) = 0$$

$$\text{luego, } \max[\min (\mu_R(x_1,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_1))] = \max [0, 0.5, 0] = 0.5$$

$$\min (\mu_R(x_1,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_2))) = \min (0.3,0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_1,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_2))) = \min (0.5, 0.1) = 0.1$$

$$\min (\mu_R (x_1,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_2))) = \min (0, 0.1) = 0$$

$$\text{luego, } \max[\min (\mu_R(x_1,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_2))] = \max [0, 0.1, 0] = 0.1$$

$$\min(\mu_R(x_2,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_1))) = \min (0.3,0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_2,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_1))) = \min (0.8, 0.8) = 0.8$$

$$\min (\mu_R (x_2,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_1))) = \min (1, 0.7) = 0.7$$

$$\text{luego, } \max[\min (\mu_R(x_2,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_1))] = \max [0, 0.8, 0.7] = 0.8$$

$$\min (\mu_R(x_2,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_2))) = \min (0,0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_2,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_2))) = \min (0.8, 0.1) = 0.1$$

$$\min (\mu_R (x_2,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_2)) = \min (0.5, 0.1) = 0.1$$

$$\text{luego, } \max[\min (\mu_R(x_2,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_2))] = \max [0, 0.1, 0.1] = 0.1$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_1)) = \min (0, 0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_1)) = \min (0.8, 0.8) = 0.8$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_1)) = \min (0.5, 0.7) = 0.5$$

$$\text{luego, } \max[\min (\mu_R(x_3,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_1))] = \max [0, 0.8, 0.5] = 0.8$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_1), (\mu_{R1}(y_1,z_2)) = \min (0, 0) = 0$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_2), (\mu_{R1}(y_2,z_2)) = \min (0.8, 0.1) = 0.1$$

$$\min (\mu_R(x_3,y_3), (\mu_{R1}(y_3,z_2)) = \min (0.5, 0.1) = 0.1$$

$$\text{luego, } \max [\min (\mu_R(x_3,y_i),\mu_{R1}(y_i,z_2))] = \max [0, 0.1, 0.1] = 0.1$$

Así los resultados de la composición $\mu_{R1 \circ R}$ se resumen en la siguiente tabla:

A \ C	z1	z2
x1	0.5	0.1
x2	0.8	0.1
x3	0.8	0.1

Tabla IV. 3 Representación tabular de la composición de las relaciones borrosas R y R_1 .

V. α - CORTADURAS Y NÚMEROS BORROSOS

V.1 LAS α - CORTADURAS

Dado α en $[0, 1]$. Una α - cortadura de un conjunto borroso \mathbf{A} es un conjunto nítido A^α constituido por los puntos del conjunto de discurso X , que tienen un grado de pertenencia mayor o igual a α .

Hay dos clases importantes de cortadura:

$$A^{\geq\alpha} = \{x \in X / \mu_{\mathbf{A}}(x) \geq \alpha\}$$

$$A^{>\alpha} = \{x \in X / \mu_{\mathbf{A}}(x) > \alpha\}$$

La primera es llamada α - cortadura fuerte y la segunda es llamada simplemente α - cortadura.

El soporte de un conjunto borroso \mathbf{A} es una α - cortadura.

Ejemplo de α - cortadura fuerte:

Consideremos el siguiente conjunto borroso:

$$\mathbf{A} = \{0.1/x_1 + 0.2/x_2 + 0.3/x_3 + 0.4/x_4\}$$

A este conjunto borroso anterior, asociamos las 4 α - cortadura definidas por las funciones características y usaremos la siguiente representación:

$$A^{\geq 0.1} = \{1/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3 + 1/x_4\}$$

$$A^{\geq 0.2} = \{0/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3 + 1/x_4\}$$

$$A^{\geq 0.3} = \{0/x_1 + 0/x_2 + 1/x_3 + 1/x_4\}$$

$$A^{\geq 0.4} = \{0/x_1 + 0/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4\}$$

Ahora convertiremos cada una de las α - cortadura en un conjunto borroso especial definido para cada x en $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ como sigue:

$$A_{\geq\alpha}(x) = \alpha \cdot A^{\geq\alpha}(x) \quad (2)$$

Donde $\alpha \cdot A^{\geq\alpha}$ resulta del producto de cada grado de pertenencia de las α - cortaduras por los valores de pertenencia de las funciones características.

Obteniéndose:

$$A_{\geq 0.1} = \{0.1/x_1 + 0.1/x_2 + 0.1/x_3 + 0.1/x_4\}$$

$$A_{\geq 0.2} = \{0/x_1 + 0.2/x_2 + 0.2/x_3 + 0.2/x_4\}$$

$$A_{\geq 0.3} = \{0/x_1 + 0/x_2 + 0.3/x_3 + 0.3/x_4\}$$

$$A_{\geq 0.4} = \{0/x_1 + 0/x_2 + 0/x_3 + 0.4/x_4\}$$

La unión borrosa de estos 4 conjuntos borrosos especiales es exactamente el conjunto borroso A .

V. 2 NÚCLEO DE UN CONJUNTO BORROSO

El núcleo de un conjunto borroso A es la α - cortadura fuerte siguiente:

$$\text{Núcleo de } A = \{x \in X / \mu_A(x) = 1\}$$

Cuando el núcleo de un conjunto borroso A no es vacío, entonces el conjunto es normal.

Los dos teoremas siguientes se refieren a la de descomposición de los conjuntos borrosos en términos de las α - cortaduras.

V.3 TEOREMAS DE DESCOMPOSICIÓN.

PRIMER TEOREMA DE DESCOMPOSICIÓN: (o de Resolución)

Para todo conjunto borroso \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} \in P(X)$$

($P(X)$ representa el conjunto de todos los posibles subconjuntos de X)

se tiene que:

$$\mathbf{A} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \mathbf{A}_{\geq \alpha} \quad (3)$$

donde $\mathbf{A}_{\geq \alpha}$ es definido como en (2).

Prueba: Consideremos $x \in X$, $p = \mu_{\mathbf{A}}(x)$, luego

$$\begin{aligned} \left(\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \mathbf{A}_{\geq \alpha} \right) (x) &= \left(\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha} \right) (x) = \max_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha} (x) \\ &= \max_{\alpha \in [0, p]} [\max_{\alpha \in [0, p]} \alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha} (x), \max_{\alpha \in (p, 1]} \alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha} (x)] \end{aligned}$$

Si $\alpha \in [0, p]$, sabiendo que $\mu_{\mathbf{A}}(x) = p \geq \alpha$, luego $\alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha}(x) = \alpha$. Si $\alpha \in (p, 1]$, sabiendo que $\mu_{\mathbf{A}}(x) = p < \alpha$, luego $\alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha}(x) = 0$.

Por lo tanto,

$$\left(\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \cdot \mathbf{A}^{\geq \alpha} \right) (x) = \max_{\alpha \in [0, p]} \alpha = p = \mu_{\mathbf{A}}(x)$$

y generalizando para todo x se establece la validez de (3).

Consideremos un ejemplo para aclarar este teorema. Con el conjunto borroso **A** definido con la función de pertenencia de forma triangular,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \in [2, 3] \\ 4 - x & \text{si } x \in [3, 4] \\ 0 & \text{otros casos.} \end{cases}$$

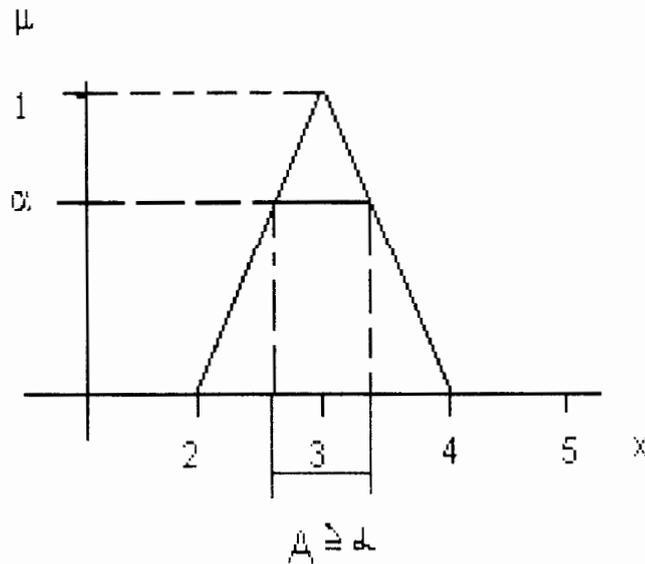


Figura V.1 Representación gráfica del conjunto **A** con su α -Cortadura.

Las α -cortadura de **A** para $\alpha \in (0, 1]$ es el intervalo rayado en la figura V.1 cuyo centro es 3.

SEGUNDO TEOREMA DE DESCOMPOSICIÓN:

Para todo conjunto borroso $A \in P(X)$

$$(4) \quad A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A_{>\alpha}$$

Prueba: Es similar al teorema anterior.

Tomando un caso particular $x \in X$, $\mu_A(x) = p$

$$\left(\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} A_{>\alpha} \right) (x) = \left(\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \cdot A^{>\alpha} \right) (x) = \max_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \cdot A^{>\alpha} (x)$$

$$= \max \left[\max_{\alpha \in [0, p)} \alpha \cdot A^{>\alpha} (x), \max_{\alpha \in [p, 1]} \alpha \cdot A^{>\alpha} (x) \right]$$

$$= \max_{\alpha \in [0, p)} \alpha = p = \mu_A(x)$$

Por lo tanto dado un conjunto borroso, éste determina de una manera única sus α - cortaduras. Recíprocamente, dadas las α - cortaduras de un conjunto borroso, él queda determinado de una manera única. Lo mismo es cierto cuando se trabaja con las α - cortaduras fuertes.

Convexidad

Dado un subconjunto A en \mathbb{R}^n . A es un conjunto convexo si y sólo si para todo par (r, s) de A y todo α en $[0, 1]$,

$$t = \alpha r + (1 - \alpha) s$$

pertenece a A . También se dice que un conjunto A en \mathbb{R}^n es convexo si para cada par de puntos r y s en A , todo punto localizado en el segmento de la recta cuyos extremos son r y s están también en A .

Conjunto Borroso Convexo

Un conjunto borroso A de \mathbb{R} se dice convexo si y sólo si cada una de las α -cortaduras es también un conjunto borroso convexo.

Lo anterior se puede definir también en \mathbb{R}^n . (Ver Klir George and Yuan Bo, 1995).

Teorema de Convexidad:

Un conjunto borroso A de \mathbb{R} es convexo si y sólo si se cumple que

$$\forall r, s \text{ en } \mathbb{R}, \forall \alpha \text{ en } [0, 1] \text{ se tiene}$$
$$\mu_A [\alpha r + (1 - \alpha) s] \geq \min [\mu_A (r), \mu_A (s)] \quad (4)$$

Prueba:

i) Primeramente asumamos que A es convexo y $\beta = \mu_A(r) \leq \mu_A(s)$. Luego, para r y s en $A^{\geq\beta}$, se tiene

$[\alpha r + (1 - \alpha) s]$ pertenece a $A^{\geq\beta}$ con α en $[0, 1]$, por definición de convexidad en A . Por lo tanto,

$$\mu_A [\alpha r + (1 - \alpha) s] \geq \beta = \mu_A(r) = \min [\mu_A (r), \mu_A (s)]$$

ii) Asumamos ahora que \mathbf{A} satisface (4). Necesitamos probar que $\forall \beta$ en $(0, 1]$, la α - cortadura $A^{\geq\beta}$ es convexa.

Para cualquier r y s en $A^{\geq\beta}$ (donde $\mu_{\mathbf{A}}(r) \geq \beta$, $\mu_{\mathbf{A}}(s) \geq \beta$), y para un α en $[0, 1]$ por (4) se cumple que:

$$\mu_{\mathbf{A}}[\alpha r + (1 - \alpha) s] \geq \min[\mu_{\mathbf{A}}(r), \mu_{\mathbf{A}}(s)] \geq \min(\beta, \beta) = \beta$$

luego, $[\alpha r + (1 - \alpha) s] \in A^{\geq\beta}$. Por lo tanto, $A^{\geq\beta}$ es convexa, donde $\beta \in (0, 1]$. Por lo anterior, \mathbf{A} es un conjunto borroso convexo por definición.

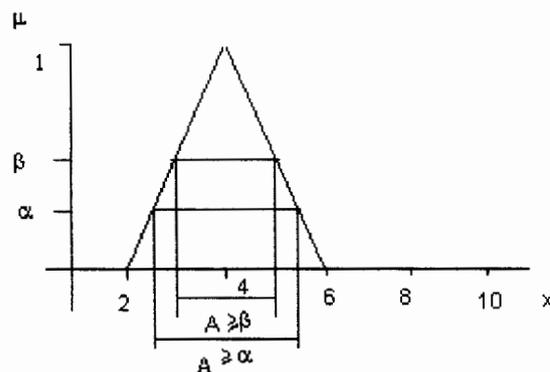


Figura V. 2 Representación gráfica de un conjunto borroso convexo.

Es bueno resaltar que la noción de convexidad de un conjunto borroso \mathbf{A} no significa que su función de pertenencia $\mu_{\mathbf{A}}$ sea una función convexa, es decir, no se cumple, $\mu_{\mathbf{A}}[\alpha r + (1 - \alpha) s] \geq \alpha \mu_{\mathbf{A}}(r) + (1 - \alpha) \mu_{\mathbf{A}}(s)$

V.4 CONJUNTOS BORROSOS TRIANGULARES Y TRAPEZOIDALES.

Muchos de los conjuntos borrosos que son usados tienen como universo de discurso X a la recta real R , en el cual puede resultar impráctico nombrar todos los pares $(x, \mu_A(x))$ de la función de pertenencia. Resulta más cómodo describir dicha función de pertenencia mediante una expresión matemática. En nuestro caso, describiremos en adelante algunas clases de conjuntos borrosos con funciones de pertenencia parametrizadas en una dimensión.

Consideremos un conjunto borroso de R , el cual se llama **Triangular** si su función de pertenencia está especificada por tres parámetros a , b y c como sigue:

$$\Delta(x; a; b; c) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ x - a / b - a & \text{si } a \leq x \leq b \\ c - x / c - b & \text{si } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{si } c \leq x \end{cases}$$

otra manera de definir un conjunto borroso triangular es usando \min y \max :

$$\Delta(x; a; b; c) = \max(\min((x - a) / (b - a), (c - x) / (c - b), 0))$$

con $a < b < c$, estos parámetros determinan las coordenadas de los tres esquinas de la función de pertenencia descrita.

Ejemplo: La figura siguiente ilustra la función de pertenencia $\Delta(x; 0; 2; 8)$

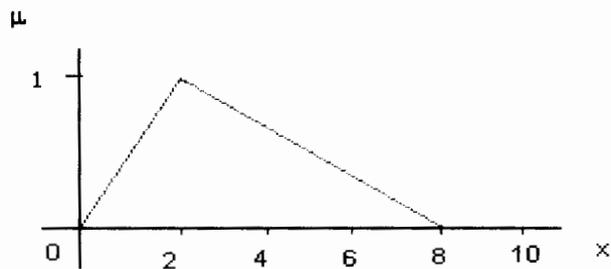


Figura V. 3 Representación gráfica de la función de pertenencia $\Delta(x; 0; 2; 8)$

Por otra parte, se dice que un conjunto borroso es Trapezoidal cuando su función de pertenencia está especificada por cuatro parámetros a, b, c y d como sigue:

$$\Pi(x; a; b; c; d) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ x - a / b - a & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } b \leq x \leq c \\ d - x / d - c & \text{si } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{si } d \leq x \end{cases}$$

también puede escribirse usando max y min de la siguiente manera

$$\Pi(x; a; b; c; d) = \max(\min((x - a) / (b - a), 1, (d - x) / (d - c)), 0)$$

con $a < b \leq c < d$, estos parámetros determinan las cuatro esquinas de la función de pertenencia descrita.

Ejemplo: La figura siguiente ilustra la función de pertenencia $\Pi(x; 2; 4; 8; 10)$

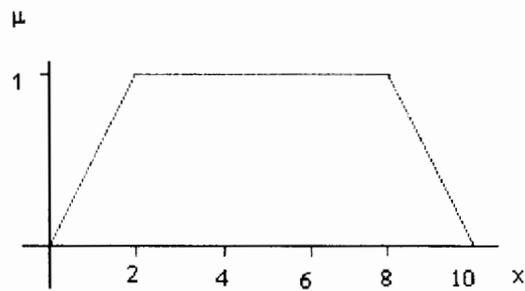


Figura V.4 Representación gráfica de la función de pertenencia $\Pi(2; 4; 8; 10)$

Nota: En el caso de $b = 0$, la función trapezoidal se convierte en triangular.

V.5 DEFINICIÓN DE NÚMERO BORROSO

Un conjunto borroso de R , se dice que es un número borroso si es convexo y normal.

En nuestro caso, consideremos números borrosos cuya función de pertenencia sea continua.

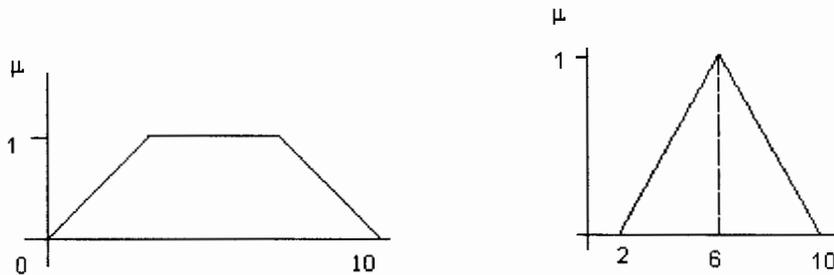


Figura V.5 Representación gráfica de números borrosos.

Observamos que con las α - cortaduras de un conjunto convexo trazando rectas paralelas al eje x , se obtiene (ver figura V. 6)

Si $\alpha' < \alpha \Rightarrow a_1^{\alpha'} \leq a_1^\alpha$, $a_3^{\alpha'} \geq a_3^\alpha$

o también, Si $\alpha' < \alpha \Rightarrow A^{\geq \alpha} \subset A^{\geq \alpha'}$

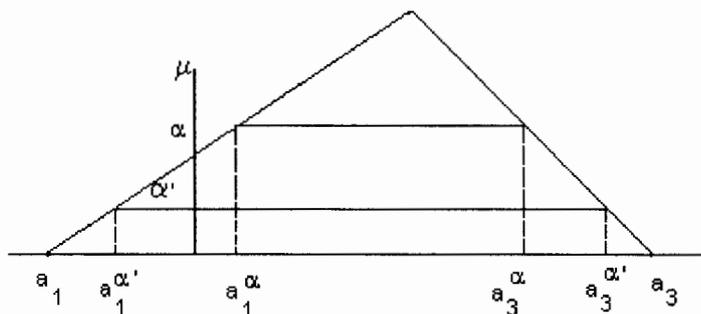


Figura V. 6 Representación gráfica de un número borroso con sus α - cortaduras.

V. 6 NÚMEROS BORROSOS TRIANGULARES Y SUS REPRESENTACIONES.

Un número borroso triangular puede definirse por la terna (a, b, c) con $a < b < c$. Otra forma de definir un número borroso triangular es mediante un intervalo de confianza de nivel α , entendiendo por intervalo de confianza como el intervalo limitado entre los dos valores de X asociados al valor de α de la función de pertenencia. Este intervalo de confianza va a depender de su amplitud, cuando menor sea la amplitud de intervalo será mayor la confianza de los datos, de manera análoga, cuanto mayor sea la amplitud del intervalo es menor la confianza de los datos.

Por ejemplo: las α -cortaduras son intervalos de confianza.

La Figura V. 7 muestra una representación gráfica del número borroso triangular $\Delta(a_1, a_2, a_3)$. En dicha figura se puede observar que:

$\forall \alpha \in [0, 1]$ tendremos

$$A^{\geq \alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}]$$

donde

$$\begin{aligned} a_1^{\alpha} &= a_1 + \alpha (a_2 - a_1) \\ a_3^{\alpha} &= a_3 - \alpha (a_3 - a_2) \end{aligned} \quad (5)$$

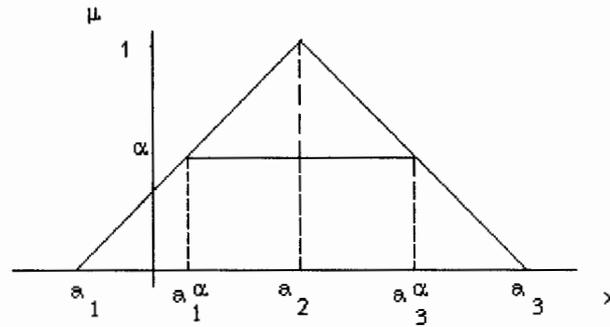


Figura V. 7 Representación gráfica del número borroso triangular $\Delta(a_1, a_2, a_3)$

El teorema de resolución, el cual se enuncia así: Si un intervalo de confianza de A ($A \subset R$) es un intervalo finito cerrado entonces por las ecuaciones anteriores (5) se puede definir:

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha.A^{\geq \alpha} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha. [a_1^\alpha, a_3^\alpha]$$

(Ver demostración en Ching - Hsue and Don - Lin Mon, 1.993)

Consideremos ahora un número borroso triangular simétrico como un conjunto de discurso.

Dada la función de pertenencia triangular $\Delta(x; a; b; c)$ en la que $a < 0, c < 10$:

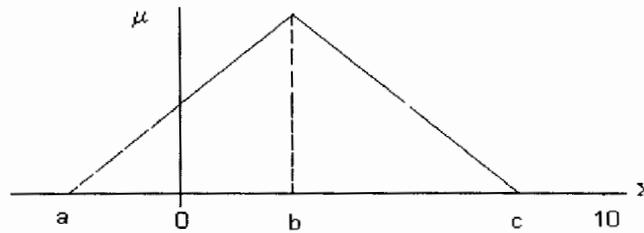


Figura V. 8. Representación gráfica del número borroso triangular con $a < 0, c < 10$

Este número borroso triangular se representa de esta manera:

$$\frac{b}{\frac{c-b}{2}}$$

donde

- a) b es el valor modal
- b) $(c-b)/2$ es llamado semiamplitud.

En el caso siguiente, $a > 0, c > 10$

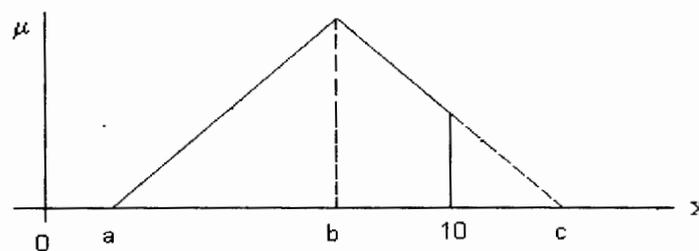


Figura V. 9 Representación gráfica del número borroso triangular con $a > 0, c > 10$

Este número borroso triangular se representa de esta manera:

$$\frac{b}{\frac{b-a}{2}}$$

donde $(b-a)/2$ es llamada también semiapertura.

En el caso siguiente, $a > 0, c < 10$

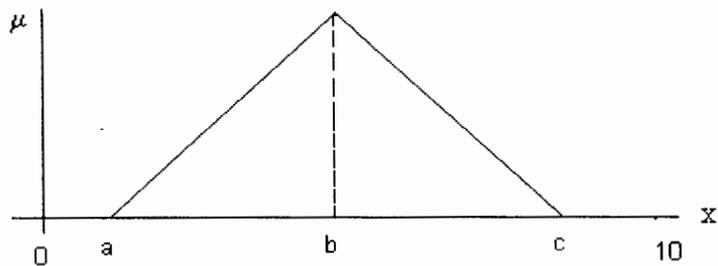


Figura V. 9 Representación gráfica del número borroso triangular con $a > 0, c < 10$

Este número borroso triangular puede representarse así:

$$\frac{b}{b-a} \quad \text{ó} \quad \frac{b}{c-b}$$

donde la semiapertura es $(b - a)/2 = (c - b)/2$

V. 7 NÚMEROS BORROSOS TRIANGULARES STANDARD.

Consideremos el universo de discurso $[0, 10]$. Además, el conjunto borroso $0/0 + 1/2 + 0/4 + 0/6 + 0/8 + 0/10$ (se eliminarán las llaves en su notación), el cual puede ser representado por el número borroso $2/1$, donde 2 es el valor modal ($b = 2$) y 1 es la semiapertura.

y su gráfica es la siguiente:

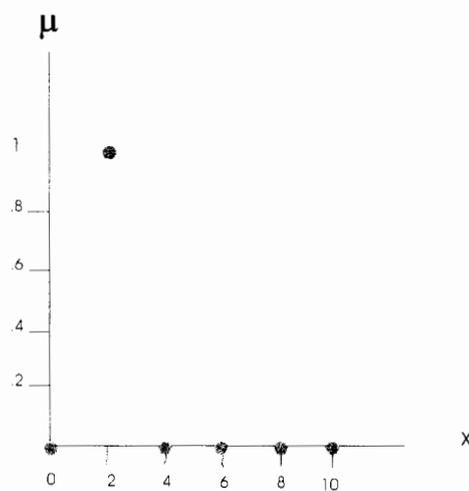


Figura V. 10 Representación gráfica del número borroso $2/1$

El conjunto borroso $0.5/0 + 1/2 + 0.5/4 + 0/6 + 0/8 + 0/10$ el cual puede ser representado por el número borroso $2/2$ donde 2 es el valor modal ($b = 2$), y 2 es la semiapertura y su gráfica es la siguiente:

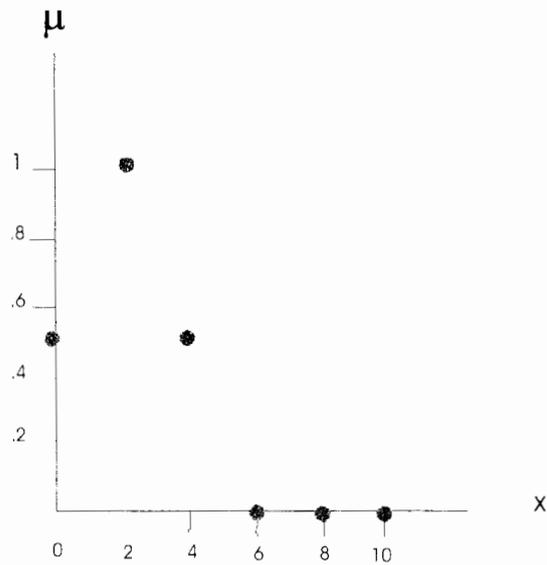


Figura V. 11 Representación gráfica del número borroso 2/2

El conjunto borroso $0.66/0 + 1/2 + 0.66/4 + 0.33/6 + 0/8 + 0/10$ el cual puede ser representado por el número borroso $2/3$ donde 2 es el valor modal ($b = 2$) y 3 es la semiamplitud y su gráfica es la siguiente:

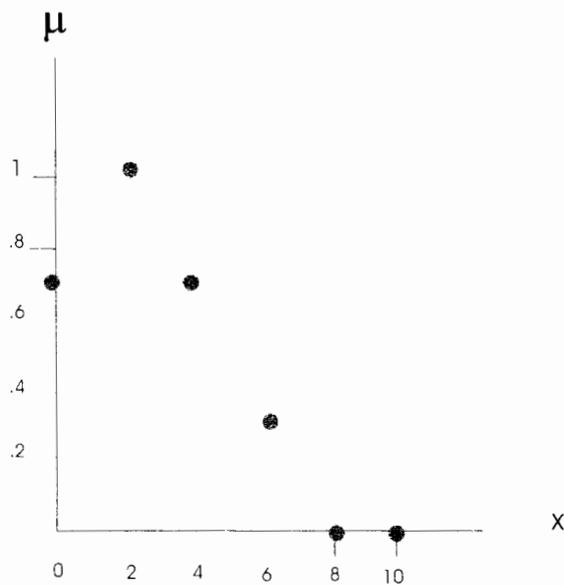


Figura V.12 Representación gráfica del número borroso 2/3

El conjunto borroso $0.75/0 + 1/2 + 0.75/4 + 0.5/6 + 0.25/8 + 0/10$ el cual puede ser representado por el número borroso $2/4$ donde 2 es el valor modal ($b = 2$) y 4 es la semiamplitud y su gráfica es la siguiente:

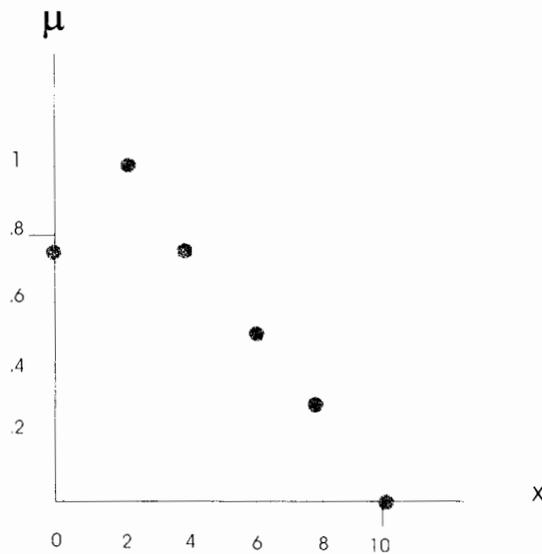


Figura V. 13 Representación gráfica del número borroso $2/4$

El conjunto borroso $0.8/0 + 1/2 + 0.8/4 + 0.6/6 + 0.4/8 + 0.2/10$ el cual puede ser representado por el número borroso $2/5$ donde 2 es el valor modal ($b = 2$) y 5 es la semiamplitud y su gráfica es la siguiente:

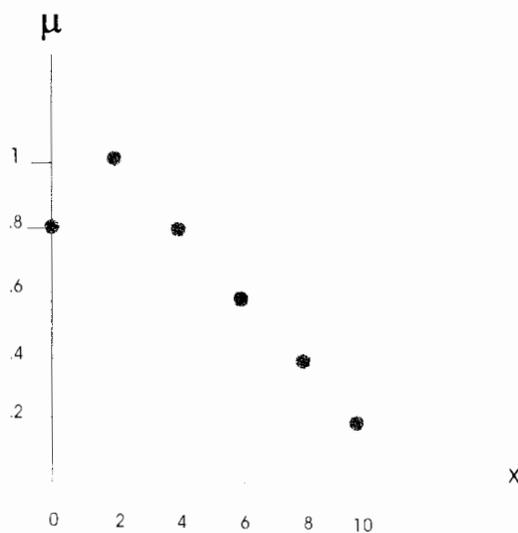


Figura V. 14 Representación gráfica del número borroso $2/5$

Otra forma de representar los números borrosos triangulares es utilizando sus representaciones lineales izquierda y derecha:

$$T = [a + (b - a)\alpha, c + (b - c)\alpha]$$

VI. SEMEJANZA Y GRADO DE ACEPTACIÓN

VI. 1 SEMEJANZA

Dados dos conjuntos borrosos **A** y **B**, la semejanza está dada por la expresión siguiente:

$$S_{A, B} = \frac{\sum \mu(A \cap B)}{\sum \mu(A \cup B)}$$

Puede verificarse que $0 \leq S_{A, B} \leq 1$.

Para nuestro análisis, estableceremos los siguientes términos en cuanto a “Semejanza”:

Si $S_{A, B}$ es menor que 0.33 la semejanza es “**BAJA**”, si $S_{A, B}$ está entre 0.33 y 0.66 la semejanza es “**MEDIANA**” y si la $S_{A, B}$ es mayor a 0.66 la semejanza es “**ALTA**”.

VI. 2 CRITERIO DE ACEPTACIÓN PARA LA REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO BORROSO A TRAVÉS DE UN STANDARD

Supóngase que tenemos un número borroso “**A**” obtenido de datos experimentales, y queremos representarlo a través de un número borroso triangular o trapezoidal standard “**F**” que se le aproxime.

Pueden existir varios “**F**” que tengan una semejanza “Alta” con “**A**”, para que podamos usarlo como modelo deberá cumplir con un criterio de aceptación previamente establecido, basado en la confianza en que el modelo pueda representarlo.

El criterio de aceptación puede fijarse en función de un valor denominado **GRADO DE ACEPTACIÓN** el cual está dado por:

$$g_a = a_A - i_A$$

donde a_A es la aceptación representada por la expresión siguiente:

$$a_A = |A \cap F| / |A|$$

e i_A es la no aceptación representada por la expresión siguiente:

$$i_A = |A \cap F^c| / |A|$$

puede verificarse que:

$$0 \leq a_A \leq 1$$

$$0 \leq i_A \leq 1$$

$$0 \leq g_a \leq 1$$

El criterio de aceptación es fijado en forma subjetiva por el investigador. Para nuestro trabajo el criterio de aceptación será $g_a \geq 0.50$.

Cuando el criterio de aceptación calculado sea menor que 0.50, probaremos otros números borrosos hasta encontrar un satisfactorio standard estudiado anteriormente. En caso de que el grado de aceptación sea menor al grado de aceptación arbitrado para los diferentes números borrosos standard estudiados, se debe reiniciar la recolección de los datos.

VII. APLICACIÓN

VII. APLICACIÓN DE LOS CONJUNTOS BORROSOS PARA EL ESTUDIO DE LA CONFIABILIDAD Y DEL ANÁLISIS DE FALLAS

La teoría de conjuntos borrosos puede ser aplicada para analizar hechos y procesos que no son nítidos.

Un campo en el que puede ser efectivo es el estudio de **LA CONFIABILIDAD Y DEL ANÁLISIS DE FALLAS**.

Un campo más específico de nuestro interés es el relacionado con la **CONFIABILIDAD DEL ARRANQUE EN UN SISTEMA EN UN COMPUTADOR REFLEJADO EN LA IMAGEN DE LA PANTALLA EN EL CENTRO DE COMPUTACIÓN DEL DECANATO DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA DE LA UCLA**, además del **ANÁLISIS DE FALLAS EN UN SISTEMA DE COMPUTACIÓN** en cuanto a **OCURRENCIA, TOLERANCIA y OPERATIVIDAD**.

Según el diccionario de la Lengua Española (1.994), “Ocurrencia significa encuentro, suceso casual, ocasión o coyuntura”, en nuestro caso, el término “Ocurrencia de Fallas” se refiere al suceso casual de aparición de fallas y el grado de frecuencia en que aparecen.

Para este mismo diccionario, “Tolerancia significa máxima diferencia que se admite o tolera entre el valor nominal y el valor real o efectivo en las características físicas y químicas de un material, pieza o producto”, en nuestro caso, el término “Tolerancia de Fallas” se refiere a la admisión de defectos de operación hasta cierto límite en un sistema informático.

Como también para este diccionario, “Operativo significa dícese de que lo obra y hace su efecto”, en nuestro caso, el término “Operatividad del Sistema” se refiere a la capacidad del sistema para funcionar efectivamente.

Tomando en cuenta, la potencialidad de este campo, se estudió a profundidad la bibliografía disponible al respecto, se consultaron expertos y se analizaron diversas maneras de abordar el problema, para luego establecer la metodología que desarrollaremos a continuación.

VII.1 METODOLOGÍA

Para realizar el estudio se llevaron a cabo los siguientes pasos:

- a) Recolección de los datos.
- b) Tabulación de los datos.
- c) Análisis de los datos y sus relaciones.

Se encuestaron 25 usuarios experimentados del Centro de Computación del Decanato de Ciencias y Tecnología de la UCLA para determinar el nivel de **CONFIABILIDAD** de dicho centro utilizando una escala compuesta por los números 0, 2, 4, 6, 8 y 10, siendo 10 el valor máximo. Se considerará “**CONFIABILIDAD BAJA**” 0 y 2, “**CONFIABILIDAD MEDIA**” 4 Y 6, “**CONFIABILIDAD ALTA** ” 8 y 10.

Se elaboró una encuesta que permitió establecer una relación entre términos cualitativos referentes a la “**TOLERANCIA DE FALLAS**”,

“OCURRENCIA DE FALLAS” y **“OPERATIVIDAD DEL SISTEMA”**, y valores numéricos de la escala antes mencionada.

Además, cada usuario evaluó el funcionamiento del Centro de Computación del Decanato de Ciencias y Tecnología en lo referente a **“TOLERANCIA DE FALLAS”**, **“OCURRENCIA DE FALLAS”** y **“OPERATIVIDAD DEL SISTEMA”**, con igual escala.

Los datos recolectados fueron tabulados y permitieron realizar el análisis que se detallan en las siguientes páginas.

VII. 2 ESTUDIO DE LA CONFIABILIDAD DEL ARRANQUE DEL SISTEMA.

En la siguiente tabla se resume los resultados de las opiniones de 25 usuarios sobre la confiabilidad del arranque del sistema en un computador reflejado en la imagen de la pantalla en el centro de computación del Decanato de Ciencias y Tecnología de la U.C.L.A:

Nivel de Confiabilidad	0	2	4	6	8	10
Nº de Opiniones	0	0	2	3	14	6

Tabla VII. 1 Resultados de las opiniones sobre el nivel de confiabilidad

ANÁLISIS DE LOS DATOS

- 1) El conjunto borroso resultante de las opiniones sobre “La Confiabilidad del arranque del sistema en un computador reflejado en la imagen de la pantalla” es:

$$A = 0/0 + 0/2 + 2/4 + 3/6 + 14/8 + 6/10$$

Normalizando este conjunto borroso tenemos:

$$A^1 = 0/0 + 0/2 + 0.14/4 + 0.21/6 + 1/8 + 0.43/10$$

Se escoge primeramente un número borroso standard cercano a A^1 ,

$$8/2 = 0/0 + 0/2 + 0/4 + 0.5/6 + 1/8 + 0.5/10$$

$$|A^1 \cap F| = 1.78$$

$$|A^1 \cup F| = 2.65$$

$$S_{A^1, F} = \mathbf{0.67}$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
A^1	0	0	0.14	0.21	1	0.43
F	0	0	0.33	0.66	1	0.66
$A^1 \cap F$	0	0	0.14	0.21	1	0.43
F^c	1	1	0.67	0.34	0	0.34
$A^1 \cap F^c$	0	0	0.14	0.21	0	0.34

Tabla VII. 5 Valores de A^1 , F , $A^1 \cap F$, F^c , $A^1 \cap F^c$

$$|A^1 \cap F| = 1.78$$

$$|A^1 \cap F^c| = 0.69$$

$$|A^1| = 1.78$$

$$a = 1$$

$$i = 0.39$$

$$g_a = \mathbf{0.61}$$

De estos resultados, se observa un valor de semejanza “MEDIANO” y un grado de aceptación por encima del criterio de aceptación tomado (0.50).

En la siguiente gráfica, se observa una comparación entre A^1 , $8/3$ y $8/2$

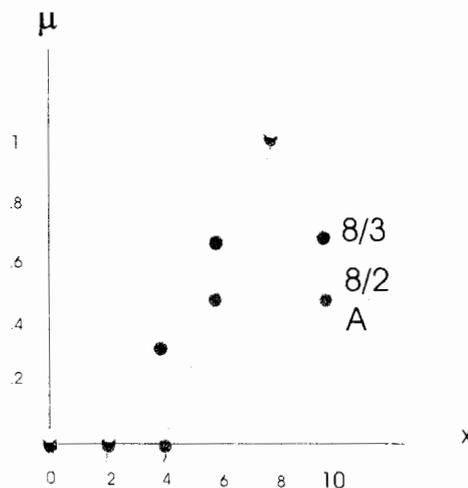


Figura VII. 1 Representación gráfica de los números borrosos A^1 , $8/3$ y $8/2$

VII. 3 ESTUDIO DE FALLAS EN SISTEMAS INFORMÁTICOS

En las siguientes tablas se resumen los resultados obtenidos de las opiniones sobre la **TOLERANCIA DE LAS FALLAS**:

Falla/Cualificación	0	2	4	6	8	10
No tolerables (T ₁)	11	10	2	2	0	0
Relativamente Tolerables (T ₂)	0	0	12	11	2	0
Totalmente Tolerables (T ₃)	0	0	2	2	11	10

Tabla VII. 6 Resultados de las opiniones sobre el nivel de tolerancia

OCURRENCIA DE LAS FALLAS:

Falla/Cualificación	0	2	4	6	8	10
Poco Ocurrentes (O ₁)	6	12	6	1	0	0
Mediana. Ocurrentes(O ₂)	0	0	10	14	1	0
Bastante Ocurrentes(O ₃)	0	0	0	4	11	10

Tabla VII. 7 Resultados de las opiniones sobre el nivel de ocurrencia

OPERATIVIDAD DEL SISTEMA:

Operativi./Cualificación	0	2	4	6	8	10
No Operativo (OP ₁)	15	6	3	1	0	0
Bastante Degradado(OP ₂)	3	10	8	3	1	0
Poco Degradado(OP ₃)	0	2	5	15	3	0
Operando Normalmente(OP ₄)	0	0	0	3	11	11

Tabla VII. 8 Resultados de las opiniones sobre el nivel de operatividad

OPERATIVIDAD DEL SISTEMA:

Falla/Cualificación	0	2	4	6	8	10
No Operativo (OP_1^1)	1	0.4	0.2	0.07	0	0
Bastante Degradado (OP_2^1)	0.3	1	0.8	0.3	0.1	0
Poco Degradado (OP_3^1)	0	0.13	0.33	1	0.20	0
Operando Normalmente (OP_4^1)	0	0	0	0.27	1	1

Tabla VII.12 Valores normalizados de los resultados obtenidos en la operatividad

TOLERANCIA, OCURRENCIA DE FALLAS Y OPERATIVIDAD DEL SISTEMA EN EL DECANATO DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA DE LA U.C. L. A.:

Falla/Cualificación	0	2	4	6	8	10
Tolerancia ($T0^1$)	0.2	0.2	1	0.8	0.3	0
Ocurrencia (OC^1)	0	0.3	0.7	1	0.5	0
Operatividad (OP^1)	0	0.18	0.36	0.64	1	0.1

Tabla VII.13 Valores normalizados de los resultados obtenidos en la tolerancia, ocurrencia y operatividad del sistema en la UCLA

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Con los resultados de las opiniones sobre la **Tolerancia** (T_1^1, T_2^1 y T_3^1), **Ocurrencia de las Fallas** (O_1^1, O_2^1 y O_3^1), **Operatividad de un Sistema** (OP_1^1, OP_2^1, OP_3^1 y OP_4^1), además de, **TO**¹ y **OP**¹ (UCLA), resumidas en las tablas VII. 10, VII. 11, VII. 12 y VII. 13, estableceremos los números borrosos standard "F" más próximos a cada uno de ellos. Por ejemplo, para el caso de T_1^1 , calcularemos el valor de la semejanza entre T_1^1 y "F" de acuerdo a la definición del apartado VII. 1 y el grado de aceptación correspondiente (debe ser mayor a 0.50, de acuerdo a la definición del apartado VII. 2)

a) TOLERANCIA

Para T_1^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_1^1 (Normalizado)	1	0.91	0.18	0.18	0	0
Filtro tomado $F = 0/4$	1	0.75	0.5	0.25	0	0
$T_1^1 \cap 0/4$	1	0.75	0.18	0.18	0	0
$T_1^1 \cup 0/4$	1	0.91	0.5	0.25	0	0

Tabla VII.14. Valores de $T_1^1, F, T_1^1 \cap 0/4, T_1^1 \cup 0/4$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|T_1^1 \cap F| = 2.11 \quad |T_1^1 \cup F| = 2.66 \quad S_{T_1^1, F} = 0.79$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_1^1	1	0.91	0.18	0.18	0	0
F^c	0	0.25	0.5	0.75	1	1
$T_1^1 \cap F^c$	0	0.25	0.18	0.18	0	0

Tabla VII.15. Valores de T_1^1 , F^c , $T_1^1 \cap F^c$

$$|T_1^1 \cap F| = 2.11 \quad |T_1^1 \cap F^c| = 0.61 \quad |T_1^1| = 2.27$$

$$a = 0.93$$

$$i = 0.27$$

$$g_a = 0.66$$

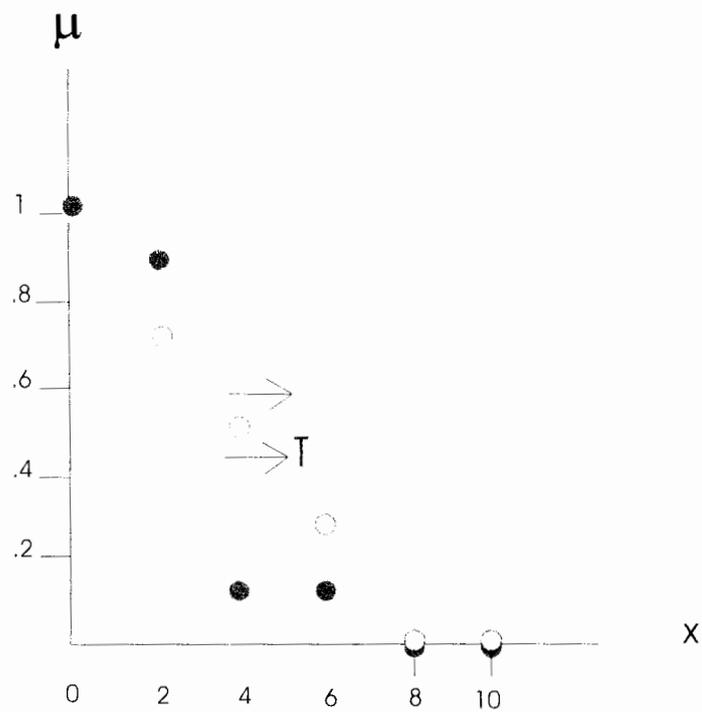


Figura VII. 2 Representación gráfica de T_1^1 y F^c

Para T_2^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_2^1 (Normalizado)	0	0	1	0.92	0.17	0
Filtro tomado $F = (2; 4; 6; 10)$	0	0	1	1	0.5	0
$T_2^1 \cap F$	0	0	1	0.92	0.17	0
$T_2^1 \cup F$	0	0	1	1	0.5	0

Tabla VII.16. Valores de $T_2^1, F, T_2^1 \cap F, T_2^1 \cup F$

calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|T_2^1 \cap F| = 2.09 \quad |T_2^1 \cup F| = 2.5 \quad S_{T_2^1, F} = \mathbf{0.84}$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_2^1	0	0	1	0.92	0.17	0
F^c	1	1	0	0	0.5	1
$T_2^1 \cap F^c$	0	0	0	0	0.17	0

Tabla VII.17. Valores de $T_2^1, F^c, T_2^1 \cap F^c$

$$|T_2^1 \cap F| = 2.09 \quad |T_2^1 \cap F^c| = 0.17 \quad |T_2^1| = 2.09$$

$$a = 1$$

$$i = 0.08$$

$$g_a = \mathbf{0.92}$$

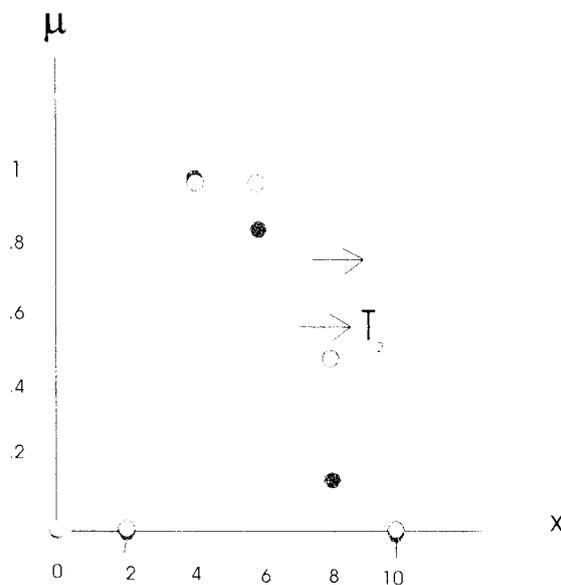


Figura VII. 3 Representación gráfica de T_2^1 y $(2; 4; 6; 10)$

Para T_3^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_3^1 (Normalizado)	0	0	0.18	0.18	1	0.91
Filtro tomado $F = (4; 8; 10; 14)$	0	0	0	0.5	1	1
$T_3^1 \cap F$	0	0	0	0.18	1	0.91
$T_3^1 \cup F$	0	0	0.18	0.5	1	1

Tabla VII.18. Valores de $T_3^1, F, T_3^1 \cap F, T_3^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|T_3^1 \cap F| = 2.09 \quad |T_3^1 \cup F| = 2.68 \quad S_{T_3^1, F} = \mathbf{0.78}$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_3^1	0	0	0.18	0.18	1	0.91
F^c	1	1	1	0.5	0	0
$T_3^1 \cap F^c$	0	0	0.18	0.18	0	0

Tabla VII.19. Valores de $T_3^1, F^c, T_3^1 \cap F^c$

$$|T_3^1 \cap F| = 2.09 \quad |T_3^1 \cap F^c| = 0.36 \quad |T_3^1| = 2.27$$

$$a = 0.92$$

$$i = 0.16$$

$$g_a = \mathbf{0.76}$$

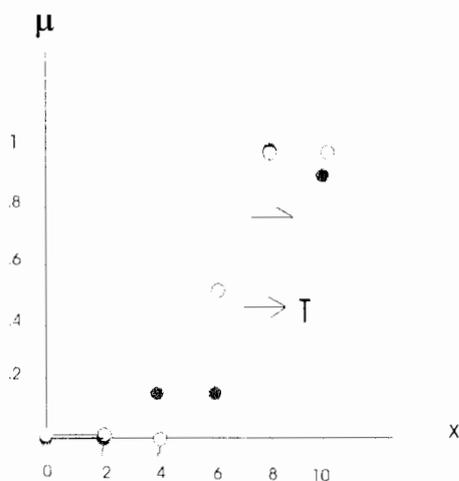


Figura VII. 4 Representación gráfica de T_3^1 y $(4; 8; 10; 14)$

b) OCURRENCIA

Para O_1^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
O_1^1 (Normalizado)	0.5	1	0.5	0.08	0	0
Filtro tomado $F = 2/3$	0.66	1	0.66	0.33	0	0
$O_1^1 \cap F$	0.5	1	0.5	0.08	0	0
$O_1^1 \cup F$	0.66	1	0.66	0.33	0	0

Tabla VII.20. Valores de $O_1^1, F, O_1^1 \cap F, O_1^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza y Grado de Aceptación**

$$|O_1^1 \cap F| = 2.08 \quad |O_1^1 \cup F| = 2.65 \quad S_{O_1^1, F} = 0.78$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
O_1^1	0.5	1	0.5	0.08	0	0
F^c	0.34	0	0.34	0.67	1	1
$O_1^1 \cap F^c$	0.34	0	0.34	0.08	0	0

Tabla VII. 21. Valores de $O_1^1, F^c, O_1^1 \cap F^c$

$$|O_1^1 \cap F| = 2.08 \quad |O_1^1 \cap F^c| = 0.76 \quad |O_1^1| = 2.08$$

$$a = 1$$

$$i = 0.37$$

$$g_a = 0.63$$

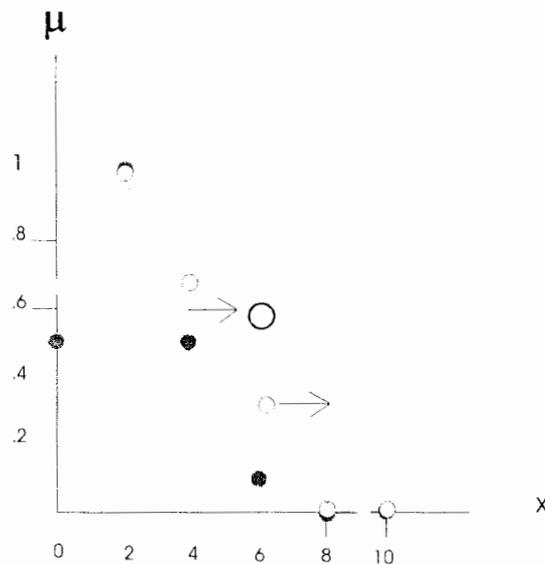


Figura VII. 5 Representación gráfica de O_1^1 y $2/368$

Para O_2^1 :

Conjunto Borroso/X	0	2	4	6	8	10
O_2^1 (Normalizado)	0	0	0.71	1	0.07	0
Filtro tomado $F = 6/2$	0	0	0.5	1	0.5	0
$O_2^1 \cap F$	0	0	0.5	1	0.07	0
$O_2^1 \cup F$	0	0	0.71	1	0.5	0.36

Tabla VII.22. Valores de $O_2^1, F, O_2^1 \cap F, O_2^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|O_2^1 \cap F| = 1.57 \quad |O_2^1 \cup F| = 2.21 \quad S_{O_2^1, F} = 0.71$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
O_2^1	0	0	0.71	1	0.07	0
F^c	1	1	0.5	0	0.5	1
$O_2^1 \cap F^c$	0	0	0.5	0	0.07	0

Tabla VII. 23. Valores de $O_2^1, F^c, O_2^1 \cap F^c$

$$|O_2^1 \cap F| = 1.57 \quad |O_2^1 \cap F^c| = 0.57 \quad |O_2^1| = 1.78$$

$$a = 0.88$$

$$i = 0.32$$

$$g_a = 0.56$$

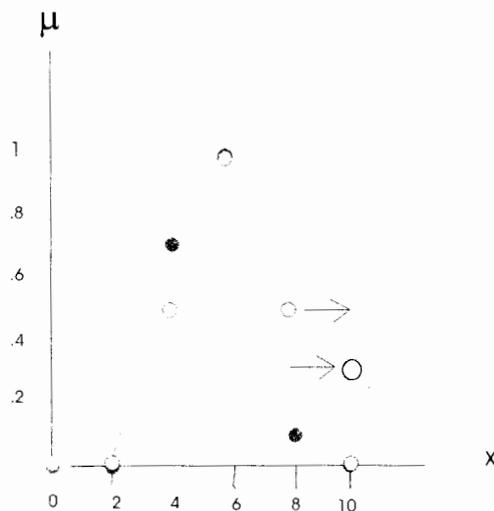


Figura VII. 6 Representación gráfica de O_2^1 y $6/2$

Para O_3^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
O_3^1 (Normalizado)	0	0	0	0.36	1	0.91
Filtro tomado $F = (4; 8; 10; 14)$	0	0	0	0.5	1	1
$O_3^1 \cap F$	0	0	0	0.36	1	0.91
$O_3^1 \cup F$	0	0	0	0.5	1	1

Tabla VII.24. Valores de O_3^1 , F , $O_3^1 \cap F$, $O_3^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|O_3^1 \cap F| = 2.27 \quad |O_3^1 \cup F| = 2.5 \quad S_{O_3^1, F} = 0.91$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
O_3^1	0	0	0	0.36	1	0.91
F^c	1	1	1	0.5	0	0
$O_3^1 \cap F^c$	0	0	0	0.36	0	0

Tabla VII. 25. Valores de O_3^1 , F^c , $O_3^1 \cap F^c$

$$|O_3^1 \cap F| = 2.27 \quad |O_3^1 \cap F^c| = 0.36 \quad |O_3^1| = 2.27$$

$$a = 1$$

$$i = 0.16$$

$$g_a = 0.84$$

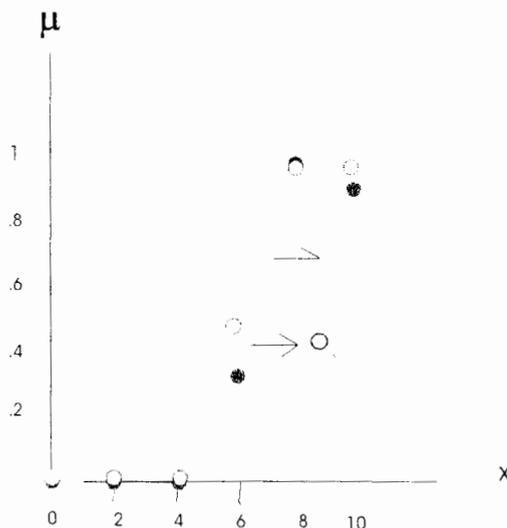


Figura VII. 7 Representación gráfica de O_3^1 y $(4; 8; 10; 14)$

c) OPERATIVIDAD

Para OP_1^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_1^1 (Normalizado)	1	0.4	0.2	0.07	0	0
Filtro tomado $F = 0/3$	1	0.66	0.33	0	0	0
$OP_1^1 \cap F$	1	0.4	0.2	0	0	0
$OP_1^1 \cup F$	1	0.66	0.33	0.07	0	0

Tabla VII.26. Valores de $OP_1^1, F, OP_1^1 \cap F, OP_1^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza y Grado de Aceptación**

$$|OP_1^1 \cap F| = 1.6 \quad |OP_1^1 \cup F| = 2.06 \quad S_{OP_1^1, F} = 0.77$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_1^1	1	0.4	0.2	0.07	0	0
F^c	0	0.34	0.67	1	1	1
$OP_1^1 \cap F^c$	0	0.34	0.20	0.07	0	0

Tabla VII. 27. Valores de $OP_1^1, F^c, OP_1^1 \cap F^c$

$$|OP_1^1 \cap F| = 1.6 \quad |OP_1^1 \cap F^c| = 0.61 \quad |OP_1^1| = 1.67$$

$$a = 0.96 \quad i = 0.36 \quad g_a = 0.60$$

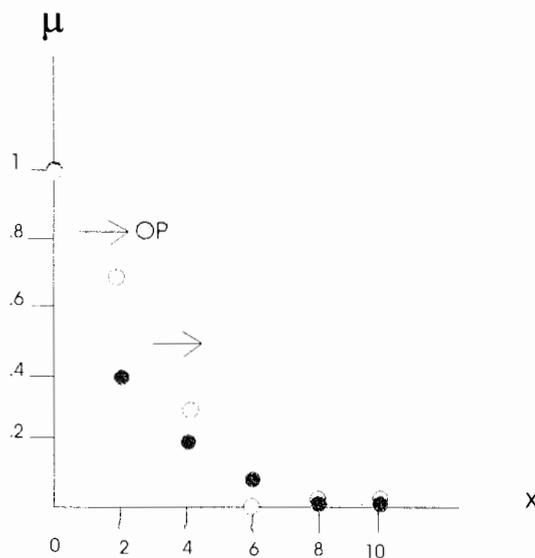


Figura VII. 8 Representació gràfica de OP_1^1 i $0/3$

Para OP_2^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_2^1 (Normalizado)	0.3	1	0.8	0.3	0.1	0
Filtro tomado $F = 2/4$	0.75	1	0.75	0.5	0.25	0
$OP_2^1 \cap F$	0.3	1	0.75	0.3	0.1	0
$OP_2^1 \cup F$	0.75	1	0.8	0.5	0.25	0

Tabla VII.28. Valores de OP_2^1 , F , $OP_2^1 \cap F$, $OP_2^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza y Grado de Aceptación**

$$|OP_2^1 \cap F| = 2.45 \quad |OP_2^1 \cup F| = 3.3 \quad S_{OP_2^1, F} = 0.74$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_2^1	0.3	1	0.8	0.3	0.1	0
F^c	0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
$OP_2^1 \cap F^c$	0.25	0	0.25	0.3	0.1	0

Tabla VII. 29. Valores de OP_2^1 , F^c , $OP_2^1 \cap F^c$

$$|OP_2^1 \cap F| = 2.45 \quad |OP_2^1 \cap F^c| = 0.90 \quad |OP_2^1| = 2.5$$

$$a = 0.98$$

$$i = 0.36$$

$$g_a = 0.62$$

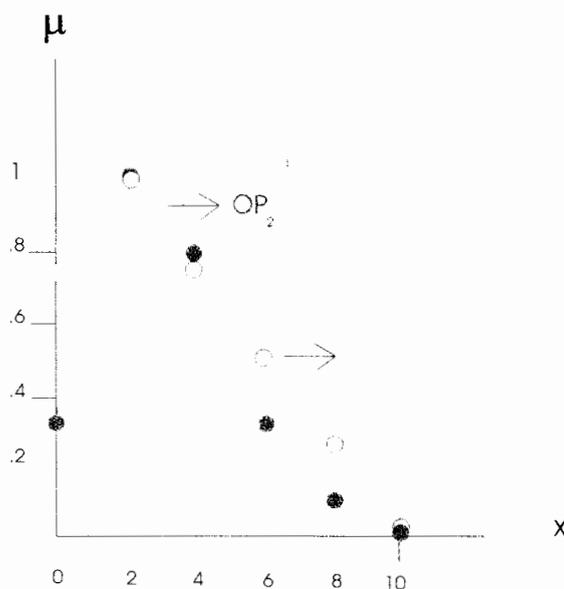


Figura VII. 9 Representación gráfica de OP_2^1 y $2/4$

Para OP_3^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_3^1 (Normalizado)	0	0.13	0.33	1	0.20	0
Filtro tomado $F = 6/2$	0	0	0.5	1	0.5	0
$OP_3^1 \cap F$	0	0	0.33	1	0.20	0
$OP_3^1 \cup F$	0	0.13	0.5	1	0.5	0

Tabla VII. 30. Valores de $OP_3^1, F, OP_3^1 \cap F, OP_3^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|OP_3^1 \cap F| = 1.53 \quad |OP_3^1 \cup F| = 2.13 \quad S_{OP_3^1, F} = 0.72$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_3^1	0	0.13	0.33	1	0.20	0
F^c	1	1	0.5	0	0.5	1
$OP_3^1 \cap F^c$	0	0.13	0.33	0	0.20	0

Tabla VII. 31. Valores de $OP_3^1, F^c, OP_3^1 \cap F^c$

$$|OP_3^1 \cap F| = 1.53 \quad |OP_3^1 \cap F^c| = 0.66 \quad |OP_3^1| = 1.66$$

$$a = 0.92$$

$$i = 0.40$$

$$g_a = 0.52$$

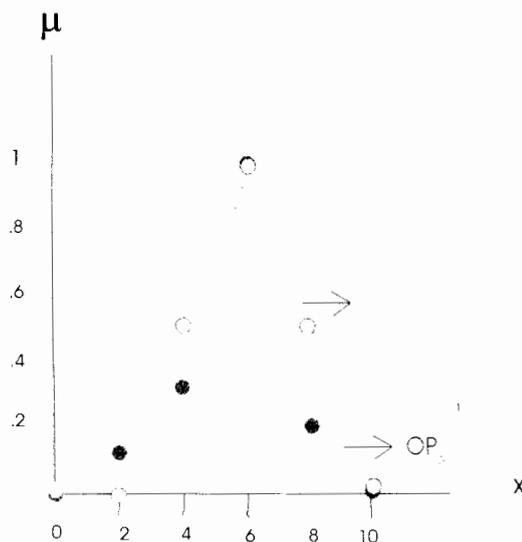


Figura VII. 10 Representación gráfica de OP_3^1 y $6/2$

Para OP_4^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_4^1 (Normalizado)	0	0	0	0.27	1	1
Filtro tomado $F = (4; 8; 10; 14)$	0	0	0	0.5	1	1
$OP_4^1 \cap F$	0	0	0	0.27	1	1
$OP_4^1 \cup F$	0	0	0	0.5	1	1

Tabla VII. 32. Valores de OP_4^1 , F , $OP_4^1 \cap F$, $OP_4^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|OP_4^1 \cap F| = 2.27$$

$$|OP_4^1 \cup F| = 2.5$$

$$S_{OP_4^1, F} = 0.91$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP_4^1	0	0	0	0.27	1	1
F^c	1	1	1	0.5	0	0
$OP_4^1 \cap F^c$	0	0	0	0.27	0	0

Tabla VII. 33 Valores de OP_4^1 , F^c , $OP_4^1 \cap F^c$

$$|OP_4^1 \cap F| = 2.27$$

$$|OP_4^1 \cap F^c| = 0.27$$

$$|OP_4^1| = 2.27$$

$$a = 1$$

$$i = 0.12$$

$$g_a = 0.88$$

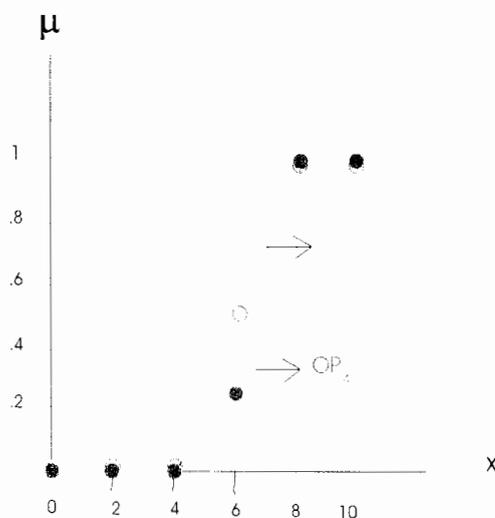


Figura VII. 11 Representación gráfica de OP_4^1 y $(4; 8; 10; 14)$

d) **TOLERANCIA del sistema estudiado (UCLA)**

Para TO^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
TO^1 (Normalizado)	0.2	0.2	1	0.8	0.3	0
Filtro tomado $F = 4/3$	0.33	0.66	1	0.66	0.33	0
$TO^1 \cap F$	0.2	0.2	1	0.66	0.30	0
$TO^1 \cup F$	0.33	0.66	1	0.8	0.33	0

Tabla VII. 34. Valores de TO^1 , F , $TO^1 \cap F$, $TO^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|TO^1 \cap F| = 2.36 \quad |TO^1 \cup F| = 3.12 \quad S_{TO^1, F} = 0.76$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
TO^1	0.2	0.2	1	0.8	0.30	0
F^c	0.67	0.34	0	0.34	0.67	1
$TO^1 \cap F^c$	0.2	0.2	0	0.34	0.30	0

Tabla VII. 35. Valores de TO^1 , F^c , $TO^1 \cap F^c$

$$|TO^1 \cap F| = 2.36 \quad |TO^1 \cap F^c| = 1.03 \quad |TO^1| = 2.5$$

$$a = 0.94$$

$$i = 0.41$$

$$g_a = 0.53$$

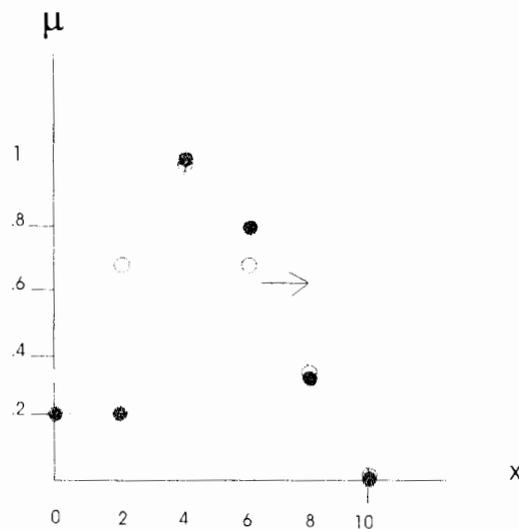


Figura VII. 12 Representación gráfica de TO^1 y $4/3$

e) OCURRENCIA de fallas en el sistema estudiado (UCLA)

Para OC^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OC^1 (Normalizado)	0	0.3	0.7	1	0.5	0
Filtro tomado $F = 6/3$	0	0.33	0.66	1	0.66	0.33
$OC^1 \cap F$	0	0.3	0.66	1	0.5	0
$OC^1 \cup F$	0	0.33	0.7	1	0.66	0.33

Tabla VII. 36. Valores de OC^1 , F , $OC^1 \cap F$, $OC^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza** y **Grado de Aceptación**

$$|OC^1 \cap F| = 2.46 \quad |OC^1 \cup F| = 3.02 \quad S_{OC^1, F} = 0.81$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OC^1	0	0.30	0.7	1	0.5	0
F^c	1	0.67	0.34	0	0.34	0.67
$OC^1 \cap F^c$	0	0.3	0.34	0	0.34	0

Tabla VII. 37. Valores de OC^1 , F^c , $OC^1 \cap F^c$

$$|OC^1 \cap F| = 2.46 \quad |OC^1 \cap F^c| = 0.98 \quad |OC^1| = 2.5$$

$$a = 0.98$$

$$i = 0.39$$

$$g_a = 0.59$$

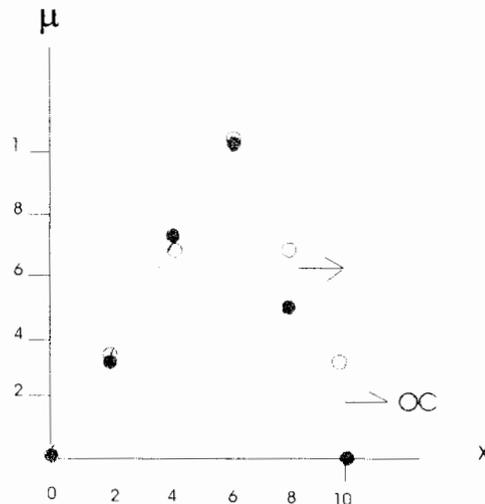


Figura VII. 13 Representación gráfica de OC^1 y $6/3$

f) **OPERATIVIDAD del sistema estudiado (UCLA)**

Para OP^1 :

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP^1 (Normalizado)	0	0.18	0.36	0.64	1	0.1
Filtro tomado $F = 8/4$	0	0.25	0.5	0.75	1	0.75
$OP^1 \cap F$	0	0.18	0.36	0.64	1	0.1
$OP^1 \cup F$	0	0.25	0.5	0.75	1	0.75

Tabla VII. 38. Valores de OP^1 , F , $OP^1 \cap F$, $OP^1 \cup F$

Calcularemos valores de **Semejanza y Grado de Aceptación**

$$|OP^1 \cap F| = 2.28 \quad |OP^1 \cup F| = 3.25 \quad S_{OP^1, F} = 0.70$$

Además,

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
OP^1	0	0.18	0.36	0.64	1	0.1
F^c	1	0.75	0.5	0.25	0	0.25
$OP^1 \cap F^c$	0	0.18	0.36	0.25	0	0.1

Tabla VII. 39. Valores de OP^1 , F^c , $OP^1 \cap F^c$

$$|OP^1 \cap F| = 2.28 \quad |OP^1 \cap F^c| = 0.89 \quad |OP^1| = 2.28$$

$$a = 1$$

$$i = 0.39$$

$$g_a = 0.61$$

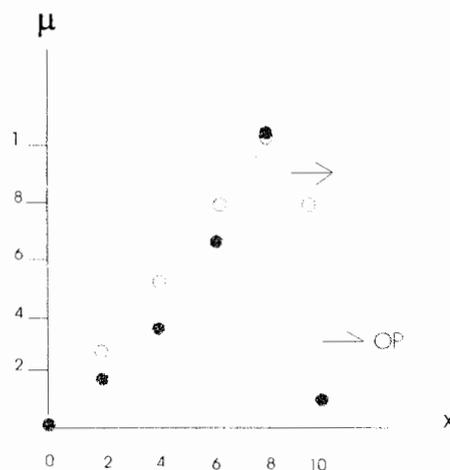


Figura VII. 14 Representación gráfica de OP^1 y $8/4$

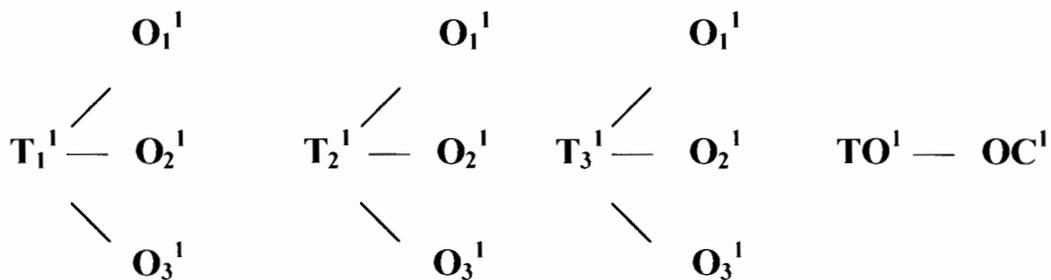
La siguiente tabla (VII. 40) resume los resultados obtenidos sobre Tolerancia (T), Ocurrencia de fallas (O), Operatividad del un sistema (OP), Tolerancia de fallas (TO) en el centro de computación de la UCLA y Ocurrencia de fallas (OC) en el centro de computación de la UCLA y operatividad del sistema (OP) en el centro de computación de la UCLA:

Conjunto Borroso	Nº. Borroso Standard más próximo	Semejanza	Grado de Aceptación
T_1^1	0/4	0.79	0.66
T_2^1	(2; 4; 6; 10)	0.84	0.92
T_3^1	(2; 4; 6; 10)	0.78	0.76
O_1^1	2/3	0.78	0.63
O_2^1	6/2	0.71	0.56
O_3^1	(4; 8; 10; 14)	0.91	0.84
OP_2^1	2/4	0.74	0.62
OP_3^1	6/2	0.72	0.52
OP_4^1	(4; 8; 10; 14)	0.91	0.88
TO^1	4/3	0.76	0.53
OC^1	6/3	0.81	0.59
OP^1	8/4	0.70	0.61

Tabla VII. 40 Resumen de los valores obtenidos de los números borrosos standard más próximos a los conjuntos borrosos anteriores, su semejanza y grado de aceptación.

VII. 4 RELACIONES ENTRE TOLERANCIA Y OCURRENCIA DE FALLAS

Con los resultados de las opiniones sobre TOLERANCIA (T_1^1 , T_2^1 , T_3^1 , TO^1) Y OCURRENCIA DE FALLAS (O_1^1 , O_2^1 , O_3^1 , OC^1), resumidas en las tablas VII. 10, VII. 11 y VII 13, analizaremos las relaciones entre ellas:



Para ello, por ejemplo T_1^1 y O_1^1 , calcularemos la semejanza entre ellos de acuerdo a la definición del apartado VII. 1. Además, estableceremos el número borroso standard triangular o trapezoidal "F " más próximo a la intersección $T_1^1 \cap O_1^1$ (o también denotado por C_1^1); para ello calcularemos la semejanza entre C_1^1 y F y el grado de aceptación correspondiente (debe ser menor a 0.50, de acuerdo a la definición del apartado VII. 2).

a) Entre T_1^1 y O_1^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_1^1	1	0.91	0.18	0.18	0	0
O_1^1	0.5	1	0.5	0.08	0	0
$T_1^1 \cup O_1^1$	1	1	0.5	0.18	0	0
$O_1^1 \cap T_1^1 = C_1^1$	0.5	0.91	0.18	0.08	0	0
C_1^1 (Normalizado)	0.55	1	0.20	0.09	0	0
Filtro tomado $F = 2/3$	0.66	1	0.66	0.33	0	0
$C_1^1 \cap F$	0.55	1	0.20	0.09	0	0
$C_1^1 \cup F$	0.66	1	0.66	0.33	0	0

Tabla VII. 41 Valores de $T_1^1, O_1^1, C_1^1, F, C_1^1 \cap F, C_1^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas**: $S_{T_1^1, O_1^1}$; $S_{C_1^1, F}$

$$|T_1^1 \cap O_1^1| = 1.67 \quad |T_1^1 \cup O_1^1| = 2.68 \quad S_{T_1^1, O_1^1} = 0.62$$

$$|C_1^1 \cap F| = 1.84 \quad |C_1^1 \cup F| = 2.65 \quad S_{C_1^1, F} = 0.69$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos su **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_1^1	0.55	1	0.20	0.09	0	0
F	0.66	1	0.66	0.33	0	0
$C_1^1 \cap F$	0.55	1	0.20	0.09	0	0
F^c	0.34	0	0.34	0.67	1	1
$C_1^1 \cap F^c$	0.34	0	0.20	0.09	0	0

Tabla VII. 42 Valores de $C_1^1 \cap F$, $C_1^1 \cap F^c$, F^c , $C_1^1 \cap F^c$

$$|C_1^1 \cap F| = 1.84 \quad |C_1^1 \cap F^c| = 0.63 \quad |C_1^1| = 1.84$$

$$a = 1$$

$$i = 0.34$$

$$g_a = 0.66$$

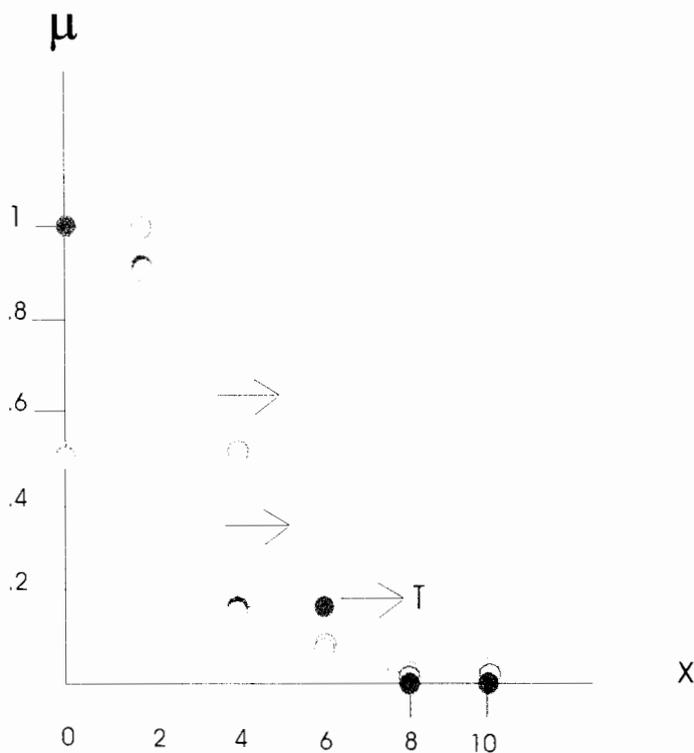


Figura VII. 15 Representación gráfica de $T_1^1, O_1^1, O_1^1 \cap T_1^1$

b) ENTRE T_1^1 y O_2^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_1^1	1	0.91	0.18	0.18	0	0
O_2^1	0	0	0.71	1	0.07	0
$T_1^1 \cup O_2^1$	1	0.91	0.71	1	0.07	0
$T_1^1 \cap O_2^1 = C_2$	0	0	0.18	0.18	0	0
C_2^1 (Normalizado)	0	0	1	1	0	0
Filtro tomado $F = (2; 4; 6; 8)$	0	0	1	1	0	0
$C_2^1 \cap F$	0	0	1	1	0	0
$C_2^1 \cup F$	0	0	1	1	0	0

Tabla VII. 43 Valores de $T_1^1, O_2^1, C_2, C_2^1, F, C_2^1 \cap F, C_2^1 \cup F$

Calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_1^1, O_2^1}; S_{C_2^1, F}$

$$|T_1^1 \cap O_2^1| = 0.36 \quad |T_1^1 \cup O_2^1| = 3.69 \quad S_{T_1^1, O_2^1} = 0.10$$

$$|C_2^1 \cap F| = 2 \quad |C_2^1 \cup F| = 2 \quad S_{C_2^1, F} = 1$$

Además, el valor de **F** tomado es igual al conjunto borroso problema por ello el **Grado de Aceptación** es igual a **1**.

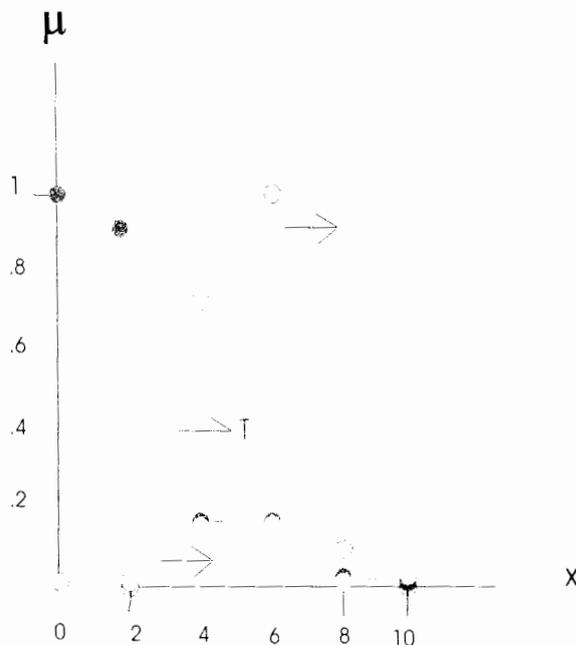


Figura VII. 16 Representación gráfica de $T_1^1, O_2^1, O_2^1 \cap T_1^1$

c) ENTRE T_1^1 y O_3^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_1^1	1	0.91	0.18	0.18	0	0
O_3^1	0	0	0	0.36	1	0.91
$T_1^1 \cup O_3^1$	1	0.91	0.18	0.36	1	0.91
$T_1^1 \cap O_3^1 = C_3$	0	0	0	0.18	0	0
C_3^1 (Normalizado)	0	0	0	1	0	0
Filtro tomado $F = 6/1$	0	0	0	1	0	0
$C_3^1 \cap F$	0	0	0	1	0	0
$C_3^1 \cup F$	0	0	0	1	0	0

Tabla VII. 44 Valores de $T_1^1, O_3^1, C_3, C_3^1, F, C_3^1 \cap F, C_3^1 \cup F$

Calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_1^1, O_3^1}; S_{C_3^1, F}$

$$|T_1^1 \cap O_3^1| = 0.18 \quad |T_1^1 \cup O_3^1| = 4.36 \quad S_{T_1^1, O_3^1} = \mathbf{0.04}$$

$$|C_3^1 \cap F| = 1 \quad |C_3^1 \cup F| = 1 \quad S_{C_3^1, F} = \mathbf{1}$$

Además, el valor de **F** tomado es igual al conjunto borroso problema por ello el **Grado de Aceptación** es igual a **1**.

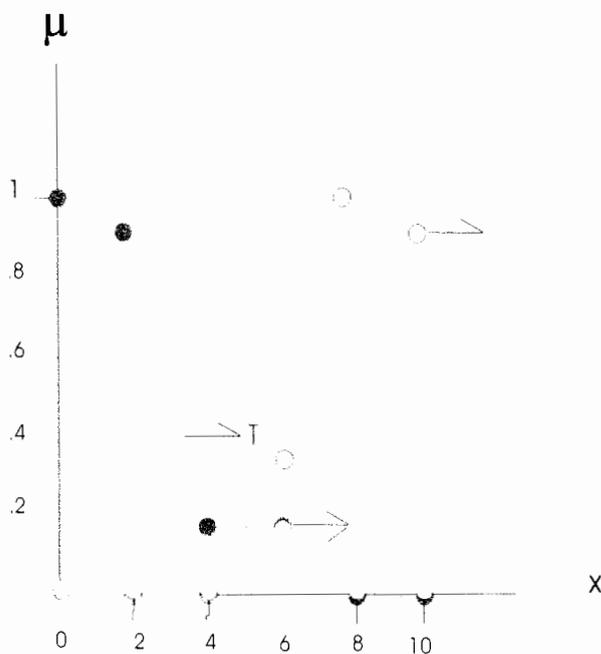


Figura VII. 17 Representación gráfica de $T_1^1, O_3^1, O_3^1 \cap T_1^1$

d) ENTRE T_2^1 y O_1^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_2^1	0	0	1	0.92	0.17	0
O_1^1	0.5	1	0.5	0.08	0	0
$T_2^1 \cup O_1^1$	0.5	1	1	0.92	0.17	0
$T_2^1 \cap O_1^1 = C_4$	0	0	0.5	0.08	0	0
C_4^1 (Normalizado)	0	0	1	0.16	0	0
Filtro tomado $F = 4/1$	0	0	1	0	0	0
$C_4^1 \cap F$	0	0	1	0	0	0
$C_4^1 \cup F$	0	0	1	0.16	0	0

Tabla VII. 45 Valores de $T_2^1, O_1^1, C_4, C_4^1, F, C_4^1 \cap F, C_4^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_2^1, O_1^1}; S_{C_4^1, F}$

$$|T_2^1 \cap O_1^1| = 0.58 \quad |T_2^1 \cup O_1^1| = 3.59 \quad S_{T_2^1, O_1^1} = 0.16$$

$$|C_4^1 \cap F| = 1 \quad |C_4^1 \cup F| = 1.16 \quad S_{C_4^1, F} = 0.86$$

Además, para el valor de F tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_4^1	0	0	1	0.16	0	0
$F = 4/1$	0	0	1	0	0	0
$C_4^1 \cap F$	0	0	1	0	0	0
F^c	1	1	0	1	1	1
$C_4^1 \cap F^c$	0	0	0	0.16	0	0

Tabla VII. 46 Valores de $C_4^1, F, C_4^1 \cap F, F^c, C_4^1 \cap F^c$

$$|C_4^1 \cap F| = 1 \quad |C_4^1 \cap F^c| = 0.16 \quad |C_4^1| = 1.16$$

$$a = 0.86$$

$$i = 0.13$$

$$g_a = 0.73$$

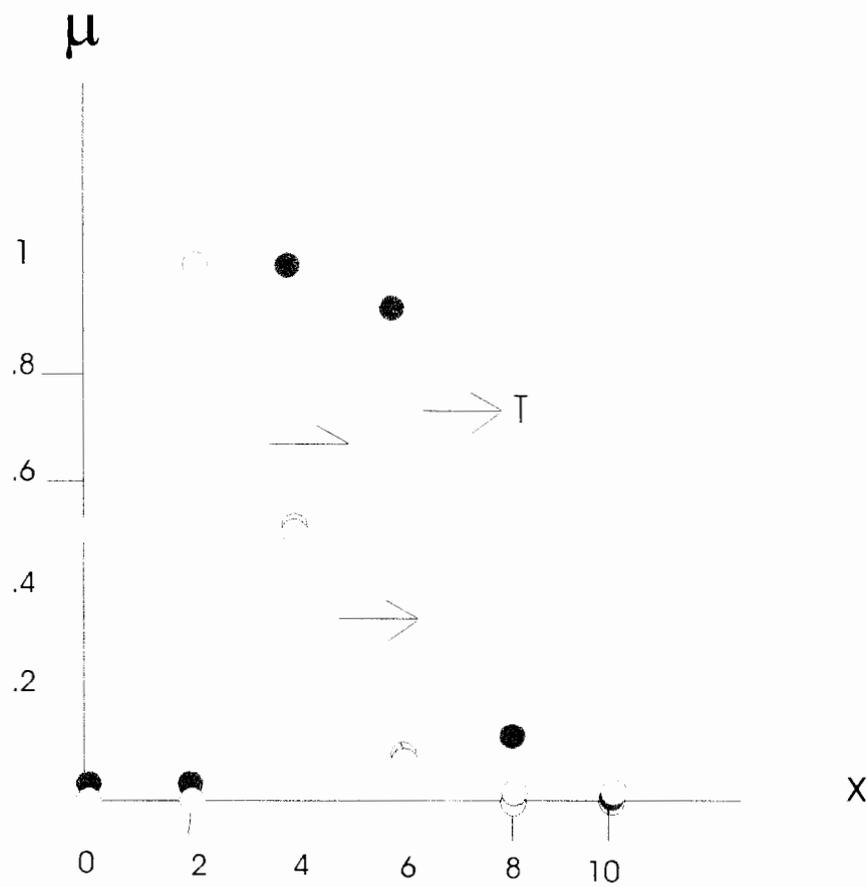


Figura VII. 18 Representación gráfica de $T_2^1, O_1^1, O_1^1 \cap T_2^1$

F) ENTRE T_2^1 y O_2^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_2^1	0	0	1	0.92	0.17	0
O_2^1	0	0	0.71	1	0.07	0
$T_2^1 \cup O_2^1$	0	0	1	1	0.17	0
$T_2^1 \cap O_2^1 = C_5$	0	0	0.71	0.92	0.07	0
C_5^1 (Normalizado)	0	0	0.77	1	0.08	0
Filtro tomado $F = (2; 4; 6; 8)$	0	0	1	1	0	0
$C_5^1 \cap F$	0	0	0.77	1	0	0
$C_5^1 \cup F$	0	0	1	1	0.08	0

Tabla VII. 47 Valores de $T_2^1, O_2^1, C_5, C_5^1, F, C_5^1 \cap F, C_5^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_2^1, O_2^1}; S_{C_5^1, F}$

$$|T_2^1 \cap O_2^1| = 1.7 \quad |T_2^1 \cup O_2^1| = 2.17 \quad S_{T_2^1, O_2^1} = \mathbf{0.78}$$

$$|C_5^1 \cap F| = 1.77 \quad |C_5^1 \cup F| = 2.08 \quad S_{C_5^1, F} = \mathbf{0.85}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_5^1	0	0	0.77	1	0.08	0
F	0	0	1	1	0	0
$C_5^1 \cap F$	0	0	0.77	1	0	0
F^c	1	1	0	0	1	1
$C_5^1 \cap F^c$	0	0	0	0	0.08	0

Tabla VII. 48 Valores de $C_5^1, F, C_5^1 \cap F, F^c, C_5^1 \cap F^c$

$$|C_5^1 \cap F| = 1.77 \quad |C_5^1 \cap F^c| = 0.08 \quad |C_5^1| = 1.85$$

$$a = 0.96$$

$$i = 0.04$$

$$g_a = \mathbf{0.92}$$

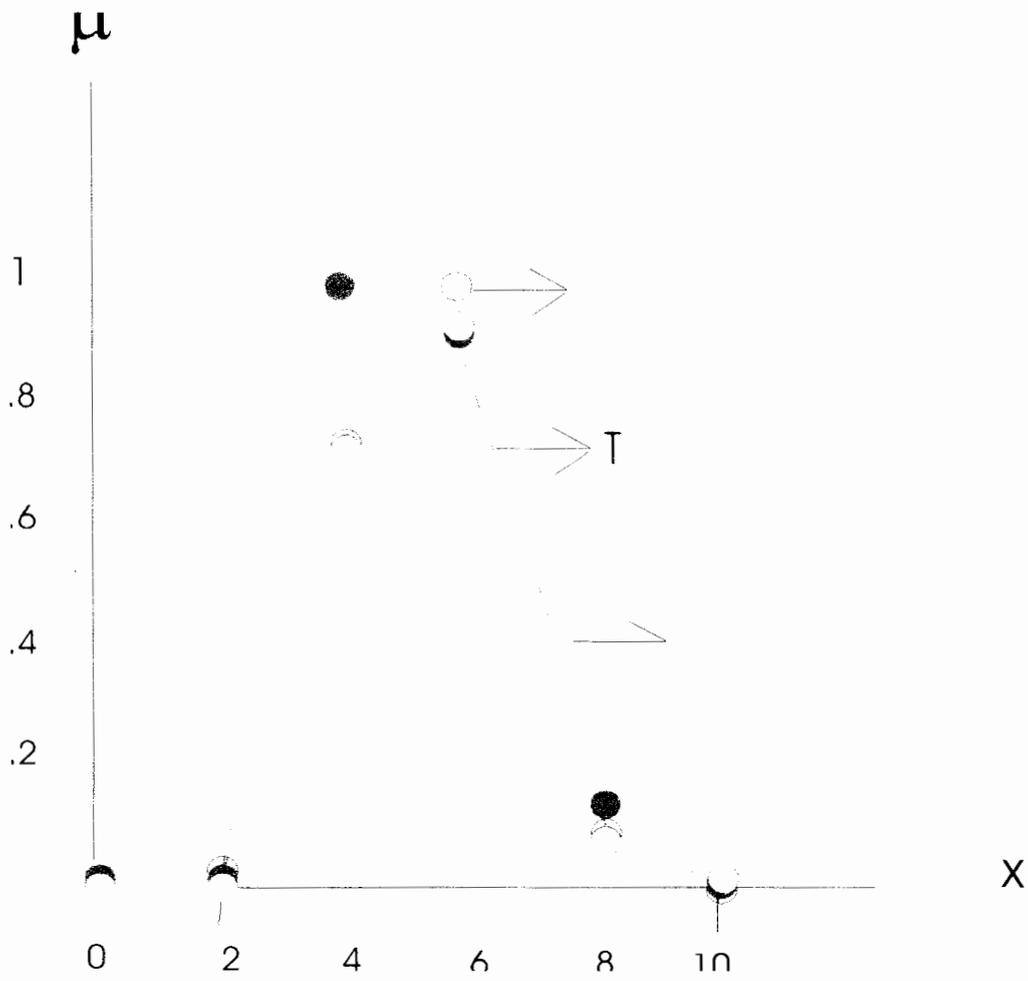


Figura VII. 19 Representación gráfica de $T_2^1, O_2^1, O_2^1 \cap T_2^1$

f) ENTRE T_2^1 y O_3^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_2^1	0	0	1	0.92	0.17	0
O_3^1	0	0	0	0.36	1	0.91
$T_2^1 \cup O_3^1$	0	0	1	0.92	1	0.91
$T_2^1 \cap O_3^1 = C_6$	0	0	0	0.36	0.17	0
C_6^1 (Normalizado)	0	0	0	1	0.47	0
Filtro tomado $F = 6/2$	0	0	0.5	1	0.5	0
$C_6^1 \cap F$	0	0	0	1	0.47	0
$C_6^1 \cup F$	0	0	0.5	1	0.5	0

Tabla VII. 49 Valores de $T_2^1, O_3^1, C_6, C_6^1, F, C_6^1 \cap F, C_6^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_2^1, O_3^1}; S_{C_6^1, F}$

$$|T_2^1 \cap O_3^1| = 0.53 \quad |T_2^1 \cup O_3^1| = 3.83 \quad S_{T_2^1, O_3^1} = \mathbf{0.14}$$

$$|C_6^1 \cap F| = 1.47 \quad |C_6^1 \cup F| = 2 \quad S_{C_6^1, F} = \mathbf{0.74}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_6^1	0	0	0	1	0.47	0
F	0	0	0.5	1	0.5	0
$C_6^1 \cap F$	0	0	0	1	0.47	0
F^c	1	1	0.5	0	0.5	1
$C_6^1 \cap F^c$	0	0	0	0	0.47	0

Tabla VII. 50 Valores de $C_6^1, F, C_6^1 \cap F, F^c, C_6^1 \cap F^c$

$$|C_6^1 \cap F| = 1.47 \quad |C_6^1 \cap F^c| = 0.47 \quad |C_6^1| = 1.47$$

$$a = 1$$

$$i = 0.32$$

$$g_a = \mathbf{0.68}$$

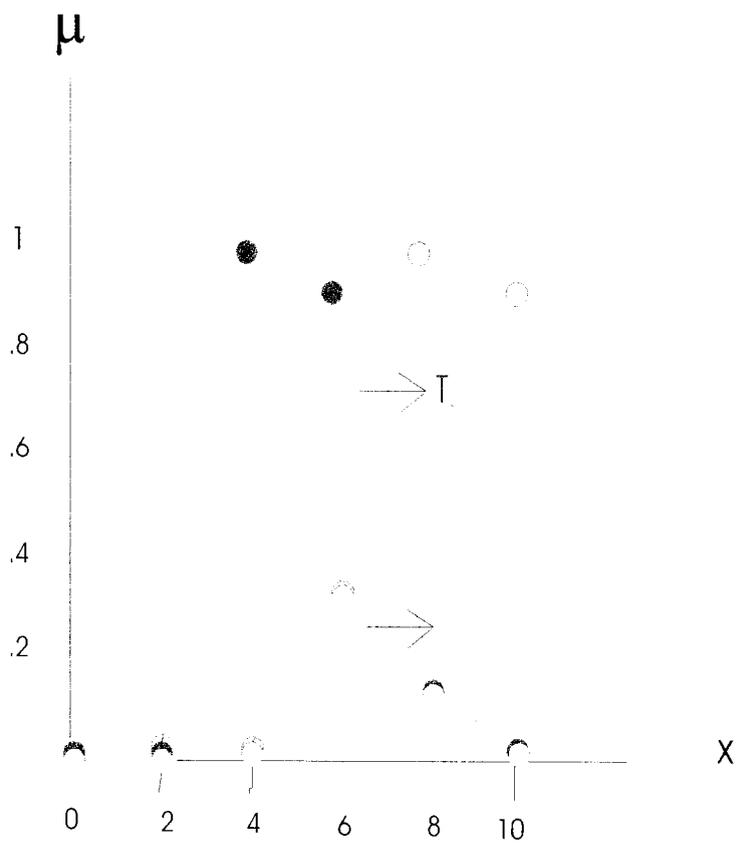


Figura VII. 20 Representación gráfica de $T_2^{-1}, O_3^1, O_3^1 \circ T_2^{-1}$

g) ENTRE T_3^1 y O_1^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
T_3^1	0	0	0.18	0.18	1	0.91
O_1^1	0.5	1	0.5	0.08	0	0
$T_3^1 \cup O_1^1$	0.5	1	0.5	0.18	1	0.91
$T_3^1 \cap O_1^1 = C_7$	0	0	0.18	0.08	0	0
C_7^1 (Normalizado)	0	0	1	0.44	0	0
Filtro tomado $F = 4/2$	0	0.5	1	0.5	0	0
$C_7^1 \cap F$	0	0	1	0.44	0	0
$C_7^1 \cup F$	0	0.5	1	0.5	0	0

Tabla VII. 51 Valores de $T_3^1, O_1^1, C_7, C_7^1, F, C_7^1 \cap F, C_7^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_3^1, O_1^1}; S_{C_7^1, F}$

$$|T_3^1 \cap O_1^1| = 0.26 \quad |T_3^1 \cup O_1^1| = 4.09 \quad S_{T_3^1, O_1^1} = \mathbf{0.06}$$

$$|C_7^1 \cap F| = 1.44 \quad |C_7^1 \cup F| = 2 \quad S_{C_7^1, F} = \mathbf{0.72}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_7^1	0	0	1	0.44	0	0
F	0	0.5	1	0.5	0	0
$C_7^1 \cap F$	0	0	1	0.44	0	0
F^c	1	0.5	0	0.5	1	1
$C_7^1 \cap F^c$	0	0	0	0.44	0	0

Tabla VII. 52 Valores de $C_7^1, F, C_7^1 \cap F, F^c, C_7^1 \cap F^c$

$$|C_7^1 \cap F| = 1.44 \quad |C_7^1 \cap F^c| = 0.44 \quad |C_7^1| = 1.44$$

$$a = 1$$

$$i = 0.31$$

$$g_a = \mathbf{0.69}$$

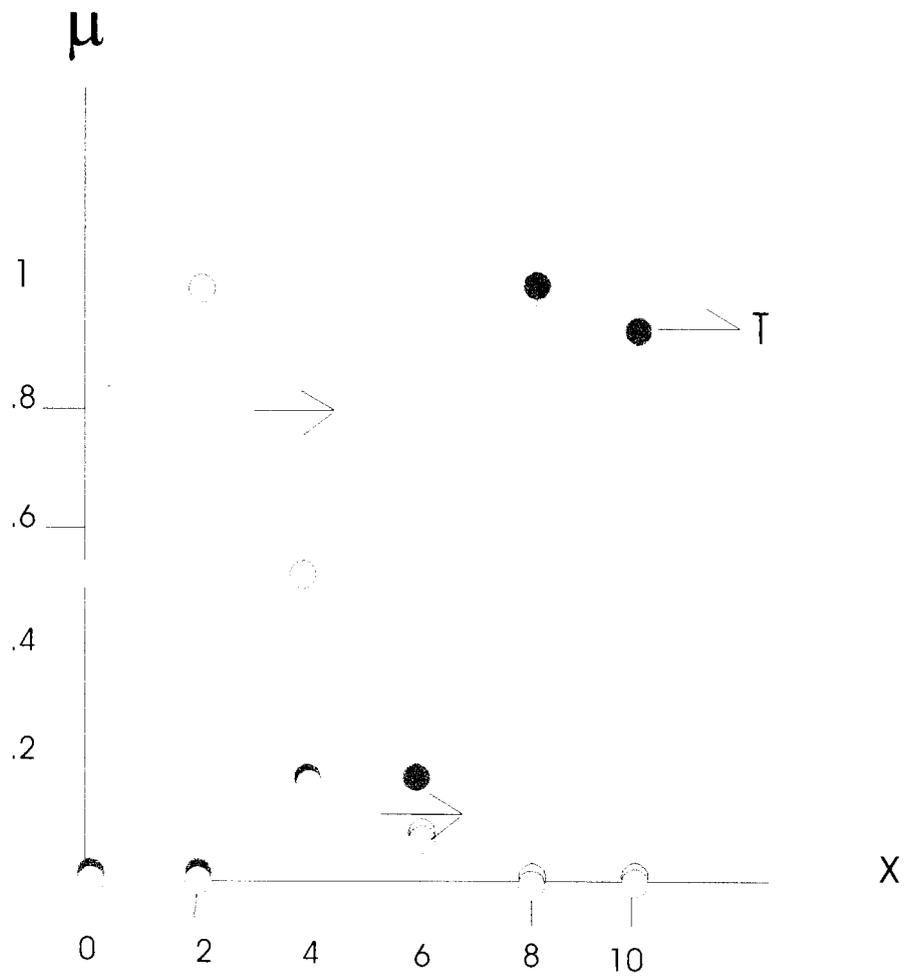


Figura VII. 21 Representación gráfica de $T_3^1, O_1^1, O_1^1 \cap T_3^1$

h) ENTRE T_3^1 y O_2^1

Conjunto Borroso/ X	0	2	4	6	8	10
T_3^1	0	0	0.18	0.18	1	0.91
O_2^1	0	0	0.71	1	0.07	0
$T_3^1 \cup O_2^1$	0	0	0.71	1	1	0.91
$T_3^1 \cap O_2^1 = C_8$	0	0	0.18	0.18	0.07	0
C_8^1 (Normalizado)	0	0	1	1	0.39	0
Filtro tomado $F = (2; 4; 6; 10)$	0	0	1	1	0.5	0
$C_8^1 \cap F$	0	0	1	1	0.39	0
$C_8^1 \cup F$	0	0	1	1	0.5	0

Tabla VII. 53 Valores de $T_3^1, O_2^1, C_8, C_8^1, F, C_8^1 \cap F, C_8^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_3^1, O_2^1}; S_{C_8^1, F}$

$$|T_3^1 \cap O_2^1| = 0.43 \quad |T_3^1 \cup O_2^1| = 3.62 \quad S_{T_3^1, O_2^1} = \mathbf{0.12}$$

$$|C_8^1 \cap F| = 2.39 \quad |C_8^1 \cup F| = 2.5 \quad S_{C_8^1, F} = \mathbf{0.96}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_8^1	0	0	1	1	0.39	0
F	0	0	1	1	0.5	0
$C_8^1 \cap F$	0	0	1	1	0.39	0
F^c	1	1	0	0	0.5	1
$C_8^1 \cap F^c$	0	0	0	0	0.39	0

Tabla VII. 54 Valores de $C_8^1, F, C_8^1 \cap F, F^c, C_8^1 \cap F^c$

$$|C_8^1 \cap F| = 2.39 \quad |C_8^1 \cap F^c| = 0.39 \quad |C_8^1| = 2.39$$

$$a = 1$$

$$i = 0.16$$

$$g_a = \mathbf{0.84}$$

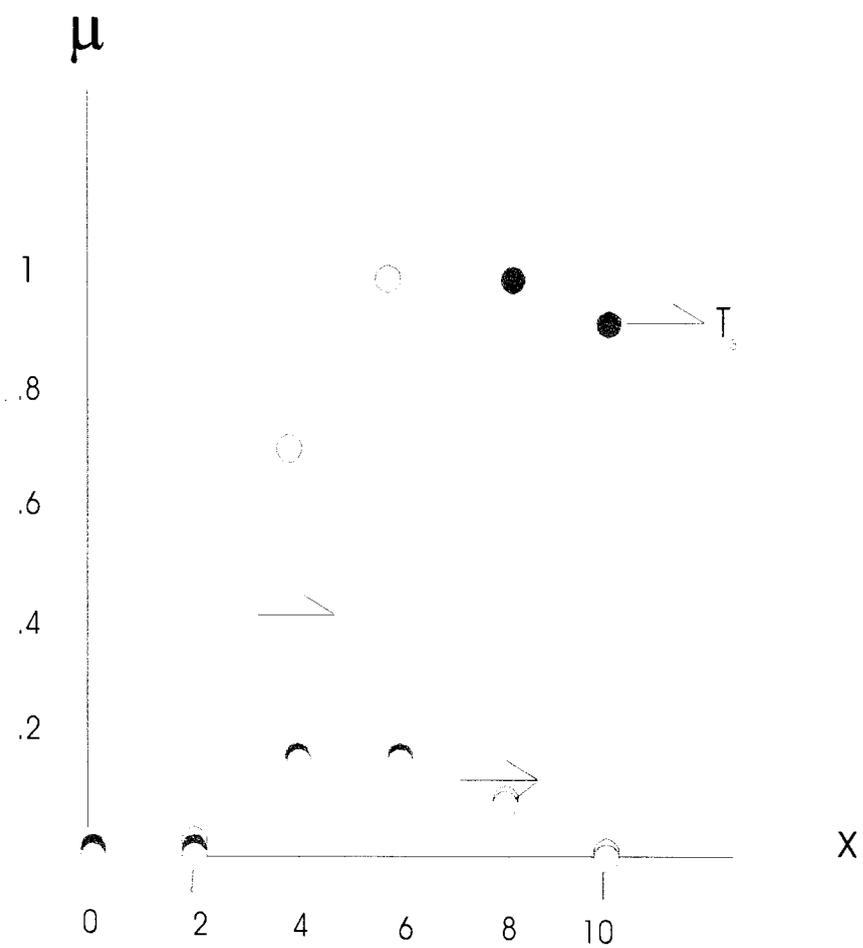


Figura VII. 22 Representación gráfica de $T_3^1, O_2^1, O_2^1 \cap T_3^1$

i) ENTRE T_3^1 y O_3^1

Conjunto Borroso/ X	0	2	4	6	8	10
T_3^1	0	0	0.18	0.18	1	0.91
O_3^1	0	0	0	0.36	1	0.91
$T_3^1 \cup O_3^1$	0	0	0.18	0.36	1	0.91
$T_3^1 \cap O_3^1 = C_9$	0	0	0	0.18	1	0.91
C_9^1 (Normalizado)	0	0	0	0.18	1	0.91
Filtro tomado $F = (6; 8; 10; 12)$	0	0	0	0	1	1
$C_9^1 \cap F$	0	0	0	0	1	0.91
$C_9^1 \cup F$	0	0	0	0.18	1	1

Tabla VII. 55 Valores de $T_3^1, O_3^1, C_9, C_9^1, F, C_9^1 \cap F, C_9^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{T_3^1, O_3^1}; S_{C_9^1, F}$

$$|T_3^1 \cap O_3^1| = 2.09 \quad |T_3^1 \cup O_3^1| = 2.45 \quad S_{T_3^1, O_3^1} = \mathbf{0.85}$$

$$|C_9^1 \cap F| = 1.91 \quad |C_9^1 \cup F| = 2.18 \quad S_{C_9^1, F} = \mathbf{0.88}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación:**

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_9^1	0	0	0	0.18	1	0.91
F	0	0	0	0	1	1
$C_9^1 \cap F$	0	0	0	0	1	0.91
F^c	1	1	1	1	0	0
$C_9^1 \cap F^c$	0	0	0	0.18	0	0

Tabla VII. 56 Valores de $C_9^1, F, C_9^1 \cap F, F^c, C_9^1 \cap F^c$

$$|C_9^1 \cap F| = 1.91 \quad |C_9^1 \cap F^c| = 0.18 \quad |C_9^1| = 2.09$$

$$a = 0.91$$

$$i = 0.09$$

$$g_a = \mathbf{0.82}$$

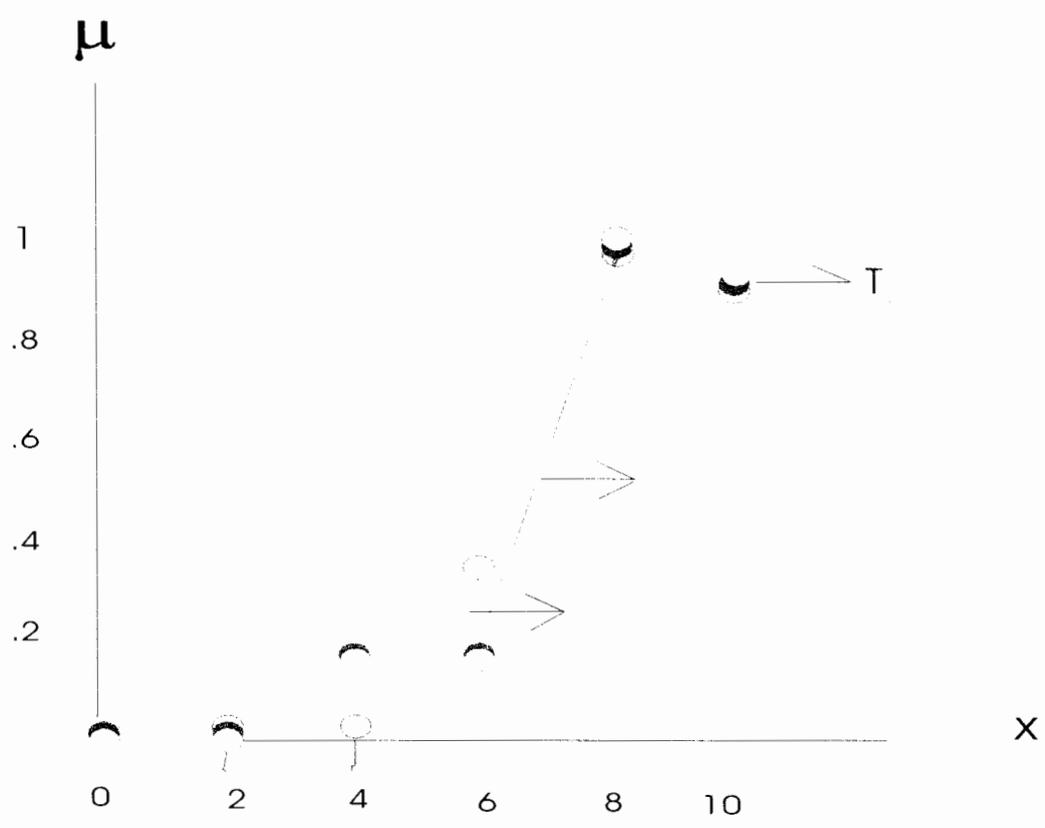


Figura VII. 23 Representación gráfica de $T_3^1, O_3^1, O_3^1 \cap T_3^1$

j) ENTRE TO^1 y OC^1

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
TO^1	0.2	0.2	1	0.8	0.3	0
OC^1	0	0.3	0.7	1	0.5	0
$TO^1 \cup OC^1$	0.2	0.3	1	1	0.5	0
$TO^1 \cap OC^1 = C_{10}$	0	0.2	0.7	0.8	0.3	0
C_{10}^1 (Normalizado)	0	0.25	0.88	1	0.38	0
Filtro tomado $F = (0; 4; 6; 10)$	0	0.5	1	1	0.5	0
$C_{10} \cap F$	0	0.25	0.88	1	0.38	0
$C_{10} \cup F$	0	0.5	1	1	0.5	0

Tabla VII. 57 Valores de $TO^1, OC^1, C_{10}, C_{10}^1, F, C_{10}^1 \cap F, C_{10}^1 \cup F$

Primeramente, calcularemos valores de las **Semejanzas** $S_{TO^1, OC^1}; S_{C_{10}^1, F}$

$$|TO^1 \cap OC^1| = 2 \quad |TO^1 \cup OC^1| = 3 \quad S_{TO^1, OC^1} = \mathbf{0.66}$$

$$|C_{10} \cap F| = 2.51 \quad |C_{10} \cup F| = 3 \quad S_{C_{10}, F} = \mathbf{0.84}$$

Además, para el valor de **F** tomado calcularemos el **Grado de Aceptación**:

Conjunto Borroso / X	0	2	4	6	8	10
C_{10}	0	0.25	0.88	1	0.38	0
F	0	0.5	1	1	0.5	0
$C_{10} \cap F$	0	0.25	0.88	1	0.38	0
F^c	1	0.5	0	0	0.5	1
$C_{10} \cap F^c$	0	0.25	0	0	0.38	0

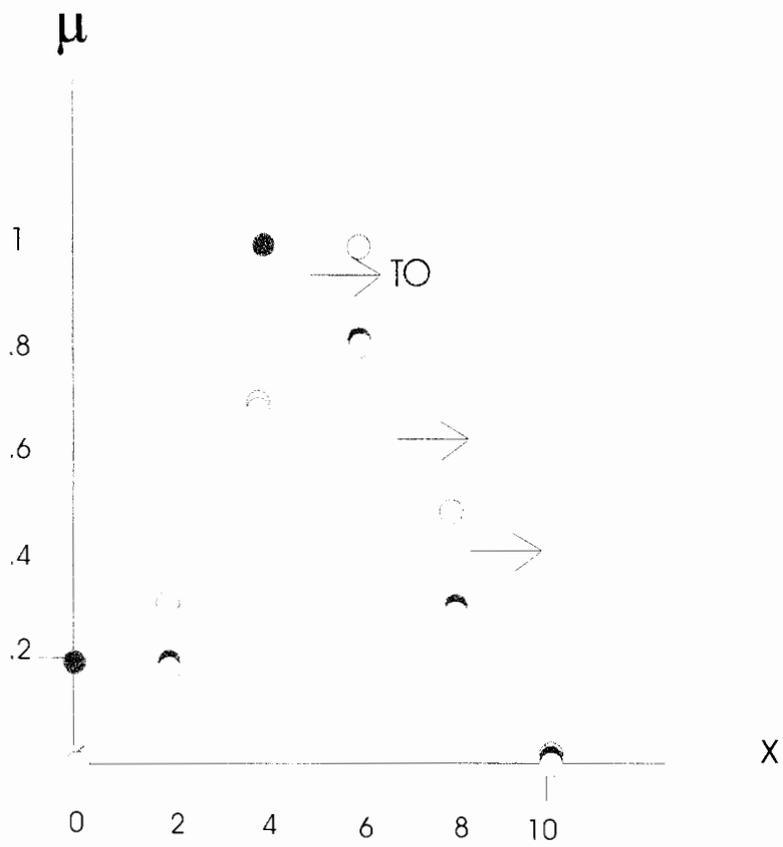
Tabla VII. 58 Valores de $C_{10}^1, F, C_{10}^1 \cap F, F^c, C_{10}^1 \cap F^c$

$$|C_{10} \cap F| = 2.51 \quad |C_{10} \cap F^c| = 0.63 \quad |C_{10}| = 2.51$$

$$a = 1$$

$$i = 0.25$$

$$g_a = \mathbf{0.75}$$



VII. 24 Representación gráfica de TO^1 , OC^1 , $OC^1 \cap TO^1$

La siguiente tabla (VII. 59) resume los resultados obtenidos sobre las relaciones entre las Tolerancias (T) y Ocurrencias (O) de fallas analizadas en este apartado:

Conjuntos Borrosos	Semejanza entre T y O	Nº. Borroso Standard más próximo	Semejanza entre $(T \cap O)$ y el Nº. Standard	Grado de aceptación
T_1^1 y O_1^1	0.62	2/3	0.69	0.66
T_1^1 y O_2^1	0.10	(2; 4; 6; 8)	1	1
T_1^1 y O_3^1	0.04	6/1	1	1
T_2^1 y O_1^1	0.16	4/1	0.86	0.73
T_2^1 y O_2^1	0.78	(2; 4; 6; 8)	0.85	0.92
T_2^1 y O_3^1	0.14	6/2	0.74	0.68
T_3^1 y O_1^1	0.06	4/2	0.72	0.69
T_3^1 y O_2^1	0.12	(2; 4; 6; 10)	0.96	0.84
T_3^1 y O_3^1	0.85	(6; 8; 10; 12)	0.88	0.82
TO^1 y OC^1	0.66	(0; 4; 6; 10)	0.84	0.75

Tabla VII. 59 Resumen de valores obtenidos anteriormente sobre las relaciones entre Tolerancia (T) y Ocurrencia de fallas (O).

VIII. CONCLUSIONES

VIII. CONCLUSIONES

A través del presente trabajo se investigó la forma de aplicar conocimientos sobre los conjuntos borrosos al análisis de confiabilidad y fallas de un sistema informático.

Se estudió la “**CONFIABILIDAD**” del Arranque del Sistema en el Centro de Computación, reflejado en la imagen de la pantalla, tomando la opinión de los usuarios, analizando los datos y estableciendo un número borroso triangular o trapezoidal más próximo, que represente un modelo razonable para el caso.

El número borroso standard más próximo resultó ser **8/3** (triangular), que presenta una semejanza “**ALTA**” y un grado de aceptación mayor a **0.50**.

La moda es 8, por lo que de acuerdo a la escala utilizada, se determinó que la confiabilidad es “**ALTA**”.

Se analizaron los resultados obtenidos sobre la **TOLERANCIA** de fallas, **OCURRENCIA** de fallas y la **OPERATIVIDAD** del Sistema y se determinó un número borroso standard triangular o trapezoidal más próximo, el cual se usó como un modelo razonable para cada caso, ya que presentan una semejanza “**ALTA**” y grado de aceptación dentro del criterio preestablecido (> 0.50). Estos resultados fueron resumidos en la tabla VII. 40.

En dicha tabla se puede observar además, las modas de los números borrosos más próximos a TO^1 , OC^1 y OP^1 son 4, 6 y 8 respectivamente, lo cual indica una tolerancia "*MEDIANA*", ocurrencia "*MEDIANA*" y operatividad "*ALTA*" en el sistema de computación del Decanato de Ciencias y Tecnología de la UCLA.

Por otra parte, se establecieron relaciones entre Tolerancia (T) y Ocurrencia (O), las cuales fueron resumidas en la tabla VII. 59. En la segunda columna de dicha tabla, puede observarse que entre T_1^1 y O_1^1 , T_2^1 y O_2^1 , T_3^1 y O_3^1 y TO^1 , OC^1 existe una semejanza "*ALTA*". Mientras que para los restantes es "*BAJA*", ello muestra como es la relación entre dichos conjuntos en el análisis realizado. La mayor semejanza ocurre entre T_3^1 y O_3^1

Así mismo, en la tercera columna de esta tabla se presentan los números borrosos standard triangulares o trapezoidales más próximos que representan aproximadamente la intersección de los T y O, los cuales poseen una semejanza "*ALTA*" y un buen grado de aceptación (> 0.50).

Para finalizar, quiero resaltar que este trabajo se ha traducido en los siguientes resultados:

- Se ha establecido un procedimiento novedoso y útil para el análisis de confiabilidad y fallas en un sistema informático.

- Se ha organizado y creado información que puede ser usada en otras experiencias relacionadas con la aplicación de conjuntos borrosos, especialmente en estudios de confiabilidad y fallas.

Se abre un campo de investigación en el área del análisis de confiabilidad y fallas utilizando conjuntos borrosos.

IX. BIBLIOGRAFIA

IX. BIBLIOGRAFÍA

- B. Bouchon-Meunier et al (1.993) Uncertainty In Intelligent Systems. North – Holland
- Cheng, Ching and Mon, (1.993) Fuzzy Sytem Realiability Analisis by Don- Lin interval of confidence. Fuzzy sets and Systems. p.p.29-33
- Ferreira, Mario Muniz, (1.995) Conceitos de Matemática Nebulosa na Jorge y Soares, Maria Análise da Risco. Artes y Rabiskus. Augusta.
- Frederich S, Hillier and (1.994) Operations Research.. Second Edition. Lieberman, Gerald Holden- Day,Inc.
- Hans, Bandemer, Siegfried. (1.995) Fuzzy Sets. Fuzzy Logic. Fuzzy Methods with Applications. Willey.
- J.S.R. Jang. et al (1.997) Neuro–Fuzzy and Soft- Computing. Prentice Hall.
- Kartalopoulos, Stamatios (1.996) Understanding Neural Networks and Fuzzy Logic. IEEE Press.
- Klir, George and (1.988) Fuzzy Sets, Uncertainty and Folger, Tina Information. Prentice Hall International. Inc.
- Klir, George and (1.995) Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Yean Bo. applications. Printice Hall.
- Kosko, Bart (1.995) Neural Networks and Fuzzy Systems. Prentice Hall.

Kosko, Bart	(1.995)	Fuzzy Engineering. Prentice Hall.
Matur, F	(1.976)	Reliability and Fault Tolerance. Encyclopedia of Computer Science. Edited by Anthony Ralston. Van Nostrand Reinhold.
Meyer, Paul L	(1.992)	Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas. Edición revisada. Adison - Wesley Iberoamericana
Munakate, Toshinori and Jani Yashrant	(1.994)	Fuzzy Systems. An Overview. Communications of the ACM. Pp.67 – 76.
Orellana, Rafael	(1.998)	Resumen de la conferencia sobre: BORROSIDAD - CONJUNTO BORROSO. UNEXPO
Orellana, Rafael	(1.997)	Resumen de la conferencia sobre: LO BORROSO. UCLA
Peñalba, Jesús	(1.983)	Disponibilidad, Fiabilidad y Mantenibilidad en Electrónica. Mundo Electrónico. Número 135.
Pal, Nikhil and Bezdek, James	(1.994)	Measuring Fuzzy Uncertainty. IEEE. Transactions on Fuzzy Sets. Vol. 2. N° 2. p.p. 107 – 108.
Rodriguez G, Alexis	(1.984)	Subgrupos Topológicos t-difusos. Instituto Pedagógico de Caracas
Sugeno , Michio and Yasukawa Takahiro.	(1.993)	A Fuzzy- Logic- Based Approach to Qualitative Modeling. IEEE. Fuzzy Systems. pp. 7- 31. February

Terano, Toshino; Asai, Kiyoli and Sugeno, Michio (1.992)

Fuzzy Systems Theory and its applications. Academic Press.

The Math Work Inc (1.998)

Fuzzy Logic Toolbox For Use with MATHLAB. User's Guide.
The Math Work Inc.

X. ANEXOS

X. 1 INSTRUMENTO APLICADO PARA LA RECOLECCIÓN DE LOS DATOS

UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL LISANDROALVARADO"
DECANATO DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

La siguiente encuesta tiene por objetivo recabar información para evaluar la **TOLERANCIA DE FALLAS, OCURRENCIA DE FALLAS Y OPERATIVIDAD DEL SISTEMA** en el Centro de Computación del Decanato de Ciencias y Tecnología de la UCLA, usando los fundamentos de conjuntos borrosos.

Para evaluar la **Tolerancia de fallas** en un sistema de computación, usando los números 0, 2, 4, 6, 8 y 10 (siendo 10 el número máximo), encierre en un círculo el valor que considere usted el apropiado para identificar los siguientes términos:

- a) **No Tolerable:** 0 2 4 6 8 10
b) **Relativamente Tolerable:** 0 2 4 6 8 10
c) **Totalmente Tolerable:** 0 2 4 6 8 10

En forma similar al caso anterior, haga lo mismo para el término **Ocurrencia de fallas** en un sistema de computación:

- a) **Poco Ocurrentes:** 0 2 4 6 8 10
b) **Medianamente Ocurrentes:** 0 2 4 6 8 10
c) **Bastante Ocurrentes:** 0 2 4 6 8 10

Haga lo mismo para el término: **Operatividad del sistema** en un sistema de computación:

- a) **No operativo:** 0 2 4 6 8 10
b) **Bastante Degradado:** 0 2 4 6 8 10
c) **Poco Degradado:** 0 2 4 6 8 10
d) **Operando Normalmente:** 0 2 4 6 8 10

Ahora evaluará, en forma específica, **la TOLERANCIA DE FALLAS, OCURRENCIA DE FALLAS Y OPERATIVIDAD DEL SISTEMA** en el Centro de Computación del Decanato de CIENCIAS Y TECNOLOGÍA de la UCLA usando los números 0, 2, 4, 6, 8 y 10 (siendo 10 el número máximo). Encierre en un círculo el valor que considere usted el apropiado:

- Tolerancia de fallas:** 0 2 4 6 8 10
Ocurrencia de fallas: 0 2 4 6 8 10
Operatividad del Sistema: 0 2 4 6 8 10

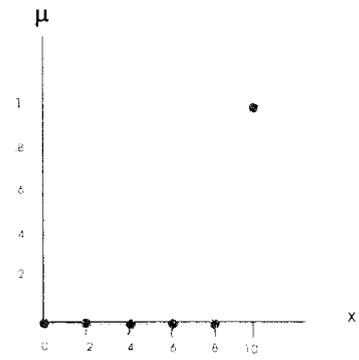
X.2 Representación de números borrosos triangulares standard

A continuación se mostrarán los números borrosos triangulares standard con amplitudes de intervalo de 2, 3, 4 y 5, con escalas de 0, 2, 4, 6, 8 y 10.

Número Borroso	Conjunto Borroso Equivalente	Representación Gráfica
<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">4/1</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> $0/0 + 0/2 +$ $1/4 + 0/6 +$ $0/8 + 0/10$ </div>	
<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">6/1</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> $0/0 + 0/2 +$ $0/4 + 1/6 +$ $0/8 + 0/10$ </div>	
<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">8/1</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> $0/0 + 0/2 +$ $0/4 + 0/6 +$ $1/8 + 0/10$ </div>	

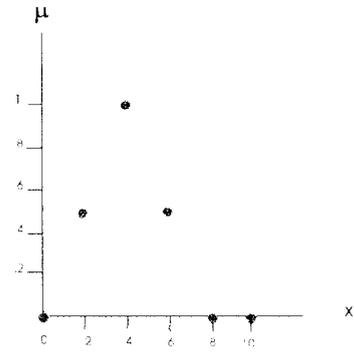
$$10/1$$

$$0/0 + 0/2 + 0/4 + 0/6 + 0/8 + 1/10$$



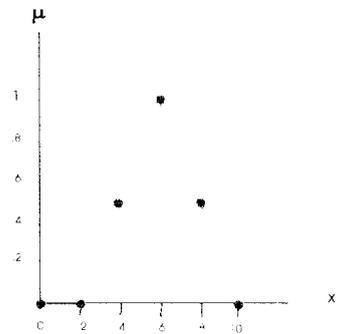
$$4/2$$

$$0/0 + 0.5/2 + 1/4 + 0.5/6 + 0/8 + 0/10$$



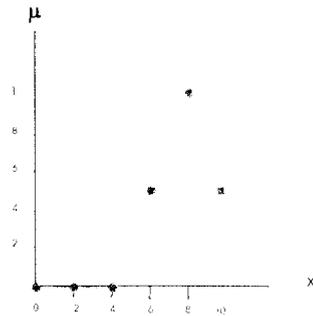
$$6/2$$

$$0/0 + 0/2 + 0.5/4 + 1/6 + 0.5/8 + 0/10$$



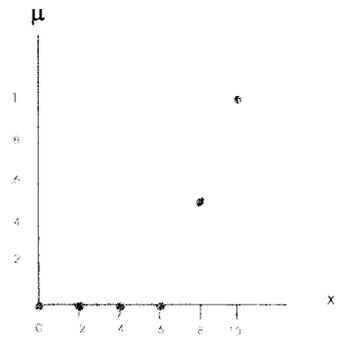
$$8/2$$

$$0/0 + 0/2 + 0/4 + 0.5/6 + 1/8 + 0.5/10$$



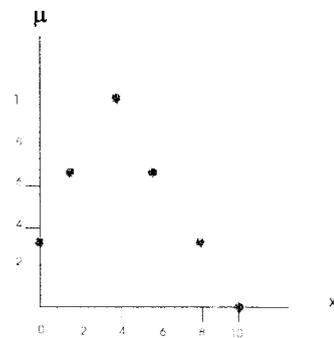
$$10/2$$

$$0/0 + 0/2 + 0/4 + 0/6 + 0.5/8 + 1/10$$



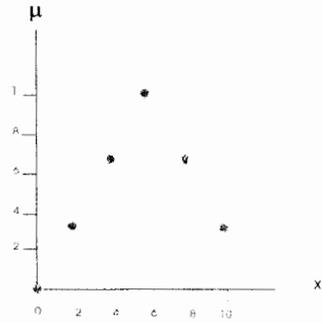
$$4/3$$

$$0.33/0 + 0.66/2 + 1/4 + 0.66/6 + 0.33/8 + 0/10$$



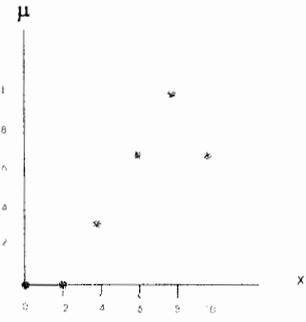
$$6/3$$

$$0/0 + 0.33/2 + 0.66/4 + 1/6 + 0.66/8 + 0.33/10$$



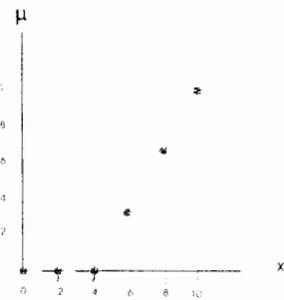
$$8/3$$

$$0/0 + 0/2 + 0.33/4 + 0.66/6 + 1/8 + 0.66/10$$



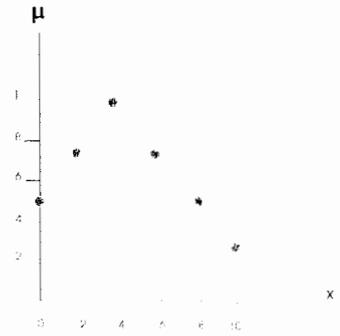
$$10/3$$

$$0/0 + 0/2 + 0/4 + 0.33/6 + 0.66/8 + 1/10$$



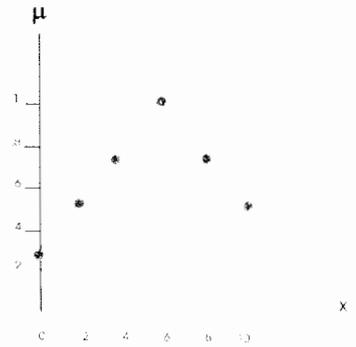
$$4/4$$

$$0.5/0 + 0.75/2 + 1/4 + 0.75/6 + 0.5/8 + 0.25/10$$



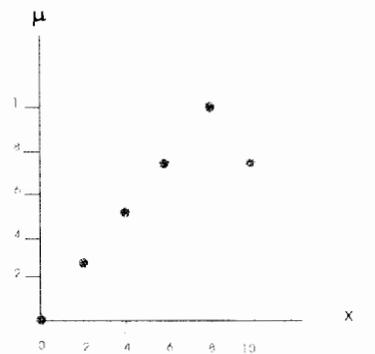
$$6/4$$

$$0.25/0 + 0.5/2 + 0.75/4 + 1/6 + 0.75/8 + 0.5/10$$

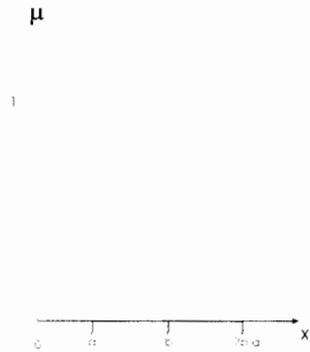


$$8/4$$

$$0/0 + 0.25/2 + 0.5/4 + 0.75/6 + 1/8 + 0.75/10$$



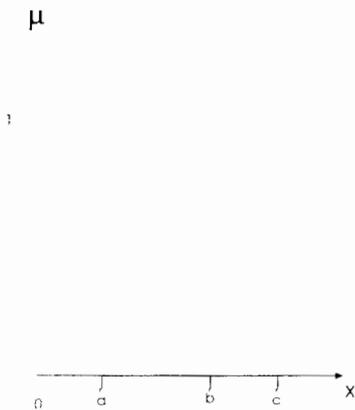
X. 3 Representación de funciones de membresía más usuales:



Función Triangular Simétrico:

$$\Delta \left(\frac{b}{(b-a)/2} \right)$$

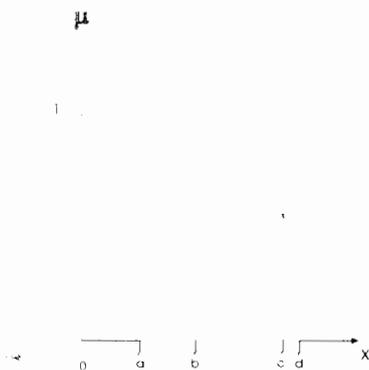
$$\mu(x) = \begin{cases} = 0 & \text{si } x \leq a \\ = (x-a)/(b-a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ = ((2b-a)-x)/(b-a) & \text{si } b \leq x \leq 2b-a \\ = 0 & \text{si } x \geq 2b-a \end{cases}$$



Función Triangular no Simétrico:

$$\Delta (a; b; c)$$

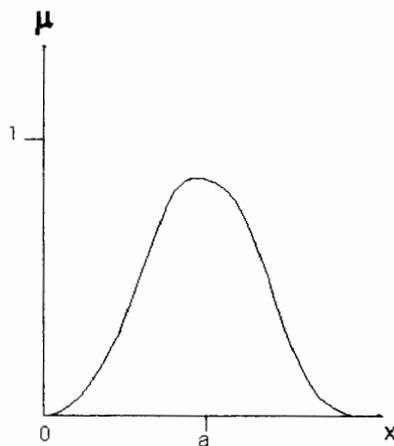
$$\mu(x) = \begin{cases} = 0 & \text{si } x \leq a \\ = (x-a)/(b-a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ = (c-x)/(c-b) & \text{si } b \leq x \leq c \\ = 0 & \text{si } x \geq c \end{cases}$$



Función Trapezoidal:

$$\Pi (a; b; c; d)$$

$$\mu(x) = \begin{cases} = 0 & \text{si } x \leq a \\ = (x-a)/(b-a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ = 1 & \text{si } b \leq x \leq c \\ = (d-x)/(d-c) & \text{si } c \leq x \leq d \\ = 0 & \text{si } x \geq d \end{cases}$$



Función Gaussiana:

$$G(a;k)$$

$$\mu(x) = e^{-1/2((x-a)/k)^2}$$