

# GRAVEDAD NEWTONIANA SOBRE BRANAS CON EXPANSIÓN DE SITTER

Por

Rommel Guerrero Mora

Trabajo de Ascenso presentado para optar a la categoría  
de Asociado en el escalafón del Personal Docente y de Investigación



UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL "LISANDRO ALVARADO"  
Decanato de Ciencias y Tecnología

Barquisimeto, 2011

GRAVEDAD NEWTONIANA SOBRE BRANAS CON EXPANSIÓN DE SITTER

ROMMEL GUERRERO MORA

UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL "LISANDRO ALVARADO"

BARQUISIMETO, 2011

# Resumen

Consideramos soluciones dinámicas cinco-dimensionales a las ecuaciones de Einstein en el vacío rígidamente conectadas alrededor de una hipersuperficie cuatro-dimensional o brana. La densidad de energía de la configuración luce altamente concentrada en torno a la región de transición; y como consecuencia de ello, las fluctuaciones gravitacionales están asociadas a un modo cero confinado en el sector cuatro-dimensional y a una torre de modos masivos libres de propagarse por toda estructura cinco-dimensional. Encontramos que el potencial de interacción entre dos partículas masivas es Newtoniano solamente en el caso donde la curvatura del espacio-tiempo es negativa; mientras que en los otros casos estudiados, aquellos relacionados con un único vacío negativo, las desviaciones generadas por el espectro masivo siempre resultaron significativas. También consideramos la existencia de modos resonantes sobre la brana, determinando que sus contribuciones al potencial gravitacional son apreciables en los escenarios donde ocurre una transición de un espacio con curvatura negativa a otro con curvatura nula o positiva.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>III</b>
<b>1. Branas con expansión dS</b>	<b>1</b>
1.1. La geometría	2
<b>2. Interacción gravitacional</b>	<b>4</b>
2.1. Perturbaciones	4
2.2. El propagador y el potencial	6
2.3. El espectro	7
2.3.1. Branas reguladoras	9
<b>3. El potencial gravitacional y la resonancia</b>	<b>11</b>
3.1. Escenarios $\text{AdS}_5$	11
3.1.1. Débilmente asimétrico	11
3.1.2. Fuertemente asimétrico	12
3.2. Escenario $\text{AdS}_5$ -Minkowski.	14
<b>Conclusiones</b>	<b>15</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>16</b>

# Introducción

Las teorías con dimensiones adicionales corresponden a modelos donde nuestro universo es concebido dentro de una estructura con dimensiones mayores a cuatro. Dentro de este marco se encuentran los mundos-brana con dimensiones adicionales extendidas, que consisten en una hipersuperficie o brana con soporte en la interface de transición cuatro-dimensional entre dos espacio-tiempos con curvatura diferentes, tal que los campos asociados a las interacciones fundamentales se encuentran confinados en la frontera de transición. En particular, las fluctuaciones del campo gravitacional de estos escenarios se caracterizan por un estado base localizado en torno a la brana y en correspondencia con un potencial cuatro-dimensional; y por una torre de estados masivos no acotados que generan correcciones en el potencial de interacción [1, 2].

Este tipo de configuraciones pueden ser determinadas como soluciones de vacío a las ecuaciones de Einstein continuamente conectadas en la frontera cuatro-dimensional [3]; o como soluciones autogravitantes del sistema acoplado Einstein campos escalar, conocidas como paredes de dominio. En este último caso, el espacio-tiempo es generado por una campo escalar que interpola entre los mínimos de un potencial con rompimiento espontáneo de simetría, generando una densidad de energía con soporte en una hipersuperficie cuatro-dimensional, que fracciona el espacio-tiempo en dos porciones cuyas curvaturas quedan identificadas con los extremos del potencial. Entonces, la brana se obtiene en el límite de pared infinitamente fina del muro autogravitante [4].

Las soluciones estáticas donde el campo escalar interpola entre vacíos negativos o Anti de Sitter (AdS) por los general corresponden a versiones regularizadas del escenario RS-II [2]; y al respecto existe una abundante gama de soluciones [5, 6, 7, 8, 9, 10], resaltando los modelos asimétrico[11] y los soportados sobre una pared doble [12, 13, 14, 15]. Por otra parte, los escenarios dinámicos también han sido considerados en varias oportunidades [16, 17, 18, 19] y en este caso las soluciones son del tipo de-Sitter (dS) con métricas similares a la solución de Friedmann-Robertson-Walker (FRW), donde la pared, a diferencia del caso estático, podría ser la frontera entre espacios planos o con vacíos Minkowskianos, espacios con curvatura positiva o dS, espacios con curvatura negativa o AdS, o incluso combinaciones de los anteriores [14]. Así pues, la diferencia entre los escenarios estáticos y dinámicos es notable y no existen razones para esperar que las extensiones de los resultados sea directa.

En este trabajo consideremos escenarios cinco-dimensionales donde la brana se obtiene como una solución dinámica a las ecuaciones de Einstein con constante cosmológica arbitraria. Sobre estas configuraciones analizaremos la interacción gravitacional entre dos partículas masivas, considerando los efectos generados por la asimetría entre los espacio-tiempos rígidamente conectados en la frontera cuatro-dimensional.

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 1, generaremos una solución de vacío con simetría plano-paralela a las ecuaciones de Einstein, donde la brana es parte de un espacio-tiempo con curvatura arbitraria; tal que el escenario se caracteriza por tener un límite de curvatura nula igual a la solución discutida en [16, 4], y un límite estático equivalente al escenario RS-II [2]. En el Capítulo 2, determinaremos el propagador de la interacción gravitacional y verificaremos que el modo cero de las fluctuaciones se encuentra localizado en torno a la brana en correspondencia con un potencial Newtoniano; y que los modos masivos contribuyen como correcciones al término Newtoniano en el potencial gravitacional. Los efectos generados por la asimetría serán discutidos en el Capítulo 3, donde se determinará la existencia de modos resonantes sobre la brana y su contribución a la interacción gravitacional [20, 21]. Finalmente, en la última parte del trabajo haremos una síntesis de los resultados alcanzados.

# Capítulo 1

## Branas con expansión dS

Dentro del marco de las teorías con dimensiones adicionales, los mundos brana corresponden a modelos donde los campos asociados a las interacciones fundamentales se encuentran localizados sobre una hipersuperficie cuatro-dimensional o brana. Una manera de generar estas configuraciones es considerando soluciones de vacío a las ecuaciones de Einstein, en cuyo caso la brana corresponde a una pared de dominio infinitamente fina. Otra manera de determinar tales estructuras, es hallando soluciones de paredes auto-gravitantes al sistema acoplado Einstein campo escalar, donde la brana se obtiene como el límite de pared fina de la solución auto-gravitante encontrada.

En particular, una solución cinco-dimensional al sistema acoplado Einstein campo escalar viene dada por  $(a, b = 0, \dots, 4)$

$$g_{ab} = \left( \cosh^\delta \frac{\beta z}{\delta} + i \operatorname{sgn}(z) \frac{\alpha \delta}{\beta(1-2\delta)} F \cosh^{1-\delta} \frac{\beta z}{\delta} \right)^{-2} (-dt_a dt_b + dz_a dz_b + e^{2\beta t} \delta_a^i \delta_b^j dx_i dx_j), \quad (1.1)$$

donde

$$F = {}_2F_1 \left[ \frac{1}{2} - \delta, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \delta, \cosh^2 \left( \frac{\beta z}{\delta} \right) \right]$$

es la función hipergeométrica,  $\delta$  el ancho de la pared y  $\alpha$  y  $\beta$  los parámetros asociados a la curvatura del espacio-tiempo cinco-dimensional.

Esta solución fue determinada en [14], y corresponde a un espacio-tiempo asimétrico dS con constantes cosmológicas a cada lado de la pared dadas por

$$\Lambda_- = 6\alpha(2\beta - \alpha\epsilon) \quad \text{y} \quad \Lambda_+ = -6\alpha(2\beta + \alpha\epsilon), \quad 0 < \alpha < 2\beta, \quad (1.2)$$

con  $\epsilon$  una función de  $\delta$ .

En el límite de pared delgada,  $\delta \rightarrow 0$ , la solución auto-gravitante (1.1) se reduce a una brana con soporte sobre la hipersuperficie  $z = 0$  y con tensor métrico determinado por

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} g_{ab} = \left( e^{\beta|z|} + \frac{\alpha}{\beta} \sinh \beta z \right)^{-2} (-dt_a dt_b + dz_a dz_b + e^{2\beta t} \delta_a^i \delta_b^j dx_i dx_j). \quad (1.3)$$

Ocurre que (1.3) es un miembro de una familia más general de soluciones dS a las ecuaciones de Einstein en el vacío, la cual determinaremos a continuación; y posteriormente emplearemos

para seleccionar los escenarios donde analizaremos los efectos introducidos por la asimetría en la interacción gravitacional.

## 1.1. La geometría

Considere un espacio-tiempo cinco-dimensional con constante cosmológica dada por

$$\Lambda = \Theta(-z) \Lambda_- + \Theta(z) \Lambda_+ \quad (1.4)$$

y descrito por el tensor métrico continuo

$$g_{ab} = \Theta(-z) g_{-ab} + \Theta(z) g_{+ab} , \quad g_{-ab}(0) = g_{+ab}(0) . \quad (1.5)$$

Entonces, (1.5) será solución a la ecuación de campo de Einstein

$$G_{ab} - \Lambda g_{ab} = T_{ab} , \quad T_{ab} = -\tau \delta_a^\alpha \delta_b^\beta g_{\alpha\beta} \delta(z) , \quad \alpha, \beta = 0, \dots, 3 \quad (1.6)$$

si, y solo si,  $g_{ab-}$  y  $g_{ab+}$  satisfacen

$$G_{-ab} - \Lambda_- g_{-ab} = 0 , \quad z < 0 , \quad (1.7)$$

$$G_{+ab} - \Lambda_+ g_{+ab} = 0 , \quad z > 0 , \quad (1.8)$$

y

$$2g^{ab} \left( \delta_m^c \delta_n^d - \frac{1}{2} g_{mn} g^{cd} \right) (\partial_{[c} g_{+b]d} - \partial_{[c} g_{-b]d}) \delta_{a]z} \Big|_{z=0} = -\tau \delta_m^\mu \delta_n^\nu g_{\mu\nu} \Big|_{z=0} . \quad (1.9)$$

La geometría descrita por (1.5), corresponde a dos subespacios,  $g_{ab-}$  y  $g_{ab+}$ , con constantes cosmológicas  $\Lambda_-$  y  $\Lambda_+$  respectivamente, separados por una brana con tensión  $\tau$  y con soporte sobre la hipersuperficie  $z = 0$ .

Particularizando para un tensor métrico con simetría plano paralela

$$g_{\pm ab} = f_\pm^2(z) (-dt_a dt_b + dz_a dz_b + R^2(t) \delta_a^i \delta_b^j dx_i dx_j) , \quad (1.10)$$

encontramos que (1.7) y (1.8) generan el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\frac{3}{f_\pm^2} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \left( 3 \frac{f_\pm''}{f_\pm^3} + \Lambda_\pm \right) = 0 , \quad (1.11)$$

$$\frac{2}{f_\pm^2} \frac{\ddot{R}}{R} + \frac{1}{f_\pm^2} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \left( 3 \frac{f_\pm''}{f_\pm^3} + \Lambda_\pm \right) = 0 , \quad (1.12)$$

$$\frac{3}{f_\pm^2} \frac{\ddot{R}}{R} + \frac{3}{f_\pm^2} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \left( 6 \frac{f_\pm''}{f_\pm^4} + \Lambda_\pm \right) = 0 , \quad (1.13)$$

mientras que la condición de borde sobre la brana (1.9), se reduce a

$$f'_+(0) - f'_-(0) = -\frac{1}{3} \tau f^2(0) , \quad (1.14)$$

donde prima y punto significan derivadas con respecto a  $z$  y  $t$  respectivamente.

Del sistema de ecuaciones (1.11 - 1.13), se deduce que

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{\Lambda_{\pm}}{6} f_{\pm}^2 + \left(\frac{f'_{\pm}}{f_{\pm}}\right)^2 = \beta^2 . \quad (1.15)$$

Entonces, escogiendo convenientemente  $\beta > 0$ , encontramos la siguiente solución para (1.15)

$$R(t) = e^{\beta t} . \quad (1.16)$$

Por otra parte, de la condición (1.14), se obtiene que la tensión de la brana viene dada por

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \sqrt{6\beta^2 - \Lambda_+} + \sqrt{6\beta^2 - \Lambda_-} \right) , \quad \Lambda_{\pm} \leq 6\beta^2 . \quad (1.17)$$

En relación al factor métrico, de la expresión (1.15), se obtiene

$$f_{\pm} = \sqrt{\frac{6\beta^2}{\Lambda_{\pm}}} \frac{C_{\pm} e^{\mp\beta z}}{1 + \frac{1}{4} C_{\pm}^2 e^{\mp 2\beta z}} , \quad (1.18)$$

con  $C_{\pm}$  las constantes de integración respectivas, que de acuerdo con (1.14), quedan determinadas como

$$\frac{1}{2} C_{\pm} = \sqrt{\frac{6\beta^2}{\Lambda_{\pm}}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\Lambda_{\pm}}{6\beta^2}} \right) . \quad (1.19)$$

donde se ha considerado  $f_+(0) = f_-(0) = 1$ , sin pérdida de generalidad.

Nótese, que en el límite estático de la configuración (1.10), es decir  $\beta \rightarrow 0$ ,

$$f_{\pm} \rightarrow \left( 1 \pm \sqrt{|\Lambda_{\pm}|/6} z \right)^{-1} , \quad (1.20)$$

que corresponde al factor métrico del escenario asimétrico analizado en [11]. Por otra parte, en el mismo límite, pero cuando  $\Lambda_{\pm} = \Lambda < 0$ , encontramos que (1.18) se reduce a

$$f \rightarrow \left( 1 + \sqrt{|\Lambda|/6} |z| \right)^{-1} , \quad (1.21)$$

recuperando de esta manera el factor métrico del escenario RS-II [2] en coordenadas conformes a Minkowski.

Además de los casos asintóticos anteriores, es necesario verificar el límite de curva nula,  $\Lambda_{\pm} = 0$ , de (1.18), donde ocurre que

$$f \rightarrow e^{-\beta|z|} , \quad (1.22)$$

reduciéndose consistentemente al factor métrico de la brana delgada con expansión dS encontrada en [4], cuya versión autogravitante fue reportada inicialmente en [16].

# Capítulo 2

## Interacción gravitacional

### 2.1. Perturbaciones

A continuación presentamos una generalización del método empleado para obtener las desviaciones gravitacionales de una solución de vacío a las ecuaciones de Einstein [22], al caso de una solución arbitraria del sistema acoplado Einstein campo escalar. Debemos acotar que esta generalización fue inicialmente reportada en la Ref. [11].

Sea  $\{g_{\alpha\beta}, \phi\}$ , una solución exacta al sistema acoplado Einstein campo escalar

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = T_{ab}, \quad (2.1)$$

$$T_{ab} = \nabla_a\phi\nabla_b\phi - g_{ab}\left(\frac{1}{2}\nabla^c\phi\nabla_c\phi + V(\phi)\right), \quad (2.2)$$

$$\nabla_a\nabla^a\phi = \frac{dV}{d\phi}. \quad (2.3)$$

Por otra parte, suponga que existe una familia uniparamétrica  $\{\tilde{g}_{\alpha\beta}(\lambda), \tilde{\phi}(\lambda)\}$  que también satisface el sistema (2.1 - 2.3), tal que

- $\{\tilde{g}_{ab}(\lambda), \tilde{\phi}(\lambda)\}$  son diferenciables respecto a  $\lambda$
- $\{\tilde{g}_{ab}(\lambda), \tilde{\phi}(\lambda)\}_{\lambda=0} = \{g_{ab}, \phi\}$ .

Ocurre que pequeños valores de  $\lambda$  corresponden a pequeñas desviaciones de  $\{g_{ab}, \phi\}$ , es decir

$$\frac{d}{d\lambda}\{\tilde{g}_{ab}(\lambda), \tilde{\phi}(\lambda)\}_{\lambda=0} = \{h_{ab}, \varphi\}, \quad (2.4)$$

donde  $h_{ab}$  y  $\varphi$  representan las fluctuaciones de la métrica y el campo escalar respectivamente.

Para continuar, es conveniente escribir la ecuación (2.1) para  $\tilde{g}_{ab}$  en la forma Ricci cinco-dimensional, y adicionalmente considerar que las perturbaciones  $h_{ab}$  son generadas por una fuente  $J_{ab}$  con soporte sobre la hipersuperficie  $z = 0$ . Entonces

$$\tilde{R}_{ab} - \left(\tilde{T}_{ab} - \frac{1}{3}\tilde{g}_{ab}\tilde{T}\right) = \lambda\left(J_{ab} - \frac{1}{3}g_{ac}J\right)\delta(z), \quad (2.5)$$

donde

$$\tilde{T}_{ab} = \tilde{\nabla}_a \tilde{\phi} \tilde{\nabla}_b \tilde{\phi} - \tilde{g}_{ab} \left[ \frac{1}{2} \tilde{\nabla}^c \tilde{\phi} \tilde{\nabla}_c \tilde{\phi} + V(\tilde{\phi}) \right] \quad (2.6)$$

y

$$J_{ab} = J_{\mu\nu} \delta_a^\mu \delta_b^\nu . \quad (2.7)$$

Ahora, en (2.5) considere

$$\tilde{R}_{abc}{}^d = R_{abc}{}^d - 2\nabla_{[a} \tilde{C}^d{}_{b]c} + 2\tilde{C}^e{}_{c[a} \tilde{C}^d{}_{b]e} , \quad (2.8)$$

tal que

$$\nabla_c g_{ab} = 0 \quad (2.9)$$

y

$$\tilde{C}^c{}_{ab} = \frac{1}{2} g^{cd} (\nabla_a \tilde{g}_{bd} + \nabla_b \tilde{g}_{ad} - \nabla_d \tilde{g}_{ab}) . \quad (2.10)$$

Así, de la ecuación (2.8) se obtiene que

$$\tilde{R}_{ac} = R_{ac} - 2\nabla_{[a} \tilde{C}^b{}_{b]c} + 2\tilde{C}^e{}_{c[a} \tilde{C}^b{}_{b]e} , \quad (2.11)$$

el cual a primer orden de perturbación se reduce a

$$\left. \frac{d}{d\lambda} \tilde{R}_{ac} \right|_{\lambda=0} = -\frac{1}{2} g^{bd} \nabla_b \nabla_d h_{ac} - \frac{1}{2} \nabla_a \nabla_c (g^{bd} h_{bd}) + \nabla^b \nabla_{(a} h_{c)b} . \quad (2.12)$$

Seguidamente, consideremos el segundo término del lado izquierdo de (2.5) a primer orden de perturbación

$$\left. \frac{d}{d\lambda} \left( \tilde{T}_{ac} - \frac{1}{3} \tilde{g}_{ac} \tilde{T} \right) \right|_{\lambda=0} = \frac{2}{3} h_{ac} V(\phi) + \frac{2}{3} g_{ac} \frac{dV}{d\phi} \varphi + 2\nabla_a \varphi \nabla_c \phi . \quad (2.13)$$

Adicionalmente consideremos que el campo escalar depende únicamente de la coordenada adicional,  $\phi = \phi(z)$ . Entonces, sustituyendo (2.12) y (2.13) en (2.5), y escogiendo el calibre axial

$$h_{za} = 0 , \quad (2.14)$$

encontramos que el sector transverso y sin traza (TT) de las fluctuaciones  $h_{ab}$  se desacopla de las fluctuaciones escalares  $\varphi$ , permitiendo escoger esta última igual a cero. Por tanto, los modos TT viene dados por

$$-\frac{1}{2} \nabla^d \nabla_d h_{ac} + R^d{}_{(ac)}{}^b h_{bd} + R^d{}_{(a} h_{c)d} - \frac{2}{3} h_{ac} V(\phi) = \left( J_{\mu\nu} \delta_a^\mu \delta_c^\nu - \frac{1}{3} g_{ac} J \right) \delta(z) . \quad (2.15)$$

donde hemos usado la siguiente relación

$$\nabla^b \nabla_{(a} h_{c)b} = \nabla_{(a} \nabla^b h_{c)b} + R^d{}_{(ac)}{}^b h_{bd} + R_{(a}{}^b h_{c)b} . \quad (2.16)$$

## 2.2. El propagador y el potencial

Particularizando la ecuación de movimiento (2.15) para la métrica con simetría plano paralela (1.10), pero en el límite estático  $\beta \rightarrow 0$ , encontramos

$$-\frac{1}{2f^2} (\square^{(4)} + \mathbb{H}) h_{\mu\nu} = J_{\mu\nu} \delta(z) , \quad (2.17)$$

donde

$$\mathbb{H} = \partial_z^2 - \frac{f'}{f} \partial_z - 2 \frac{f''}{f} . \quad (2.18)$$

Nótese, que de acuerdo con el calibre axial (2.14),  $h_{zz} = 0$ ; y en consecuencia, es necesario exigir  $J = 0$  en (2.15) para evitar inconsistencias en la ecuación de movimiento.

Para determinar el propagador de las fluctuaciones TT, consideremos

$$h_{\mu\nu} = -2 \int d^5 x' \sqrt{g'} G_{\mu\nu\alpha\beta}(x - x', z, z') J^{\alpha\beta}(x') \delta(z') , \quad (2.19)$$

tal que

$$G_{\mu\nu\alpha\beta} = G_0(x - x', z, z') P_{\mu\nu\alpha\beta}^{(0)} + \sum_m G_m(x - x', z, z') P_{\mu\nu\alpha\beta}^{(m)} , \quad (2.20)$$

donde  $m$  es la masa de las fluctuaciones y

$$P_{\mu\nu\alpha\beta}^{(0)} = \frac{1}{2} \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} , \quad (2.21)$$

$$P_{\mu\nu\alpha\beta}^{(m)} = \frac{1}{2} \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\beta} \eta_{\nu\alpha} - \frac{1}{3} \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(p) \quad (2.22)$$

es la estructura tensorial, o tensores de polarización, correspondiente a un gravitón propagándose sobre un espacio-tiempo plano.

Sustituyendo (2.19) en la ecuación de movimiento (2.17), determinamos la ecuación del propagador

$$(\square^{(4)} + \mathbb{H}) \left( G_0(x - x', z, z') + \sum_m G_m(x - x', z, z') \right) = \frac{\delta^4(x - x') \delta(z - z')}{\sqrt{g}} . \quad (2.23)$$

donde se ha hecho uso de  $\eta_{\alpha\beta} J^{\alpha\beta} = 0$  y  $p_\alpha J^{\alpha\beta} = 0$ .

Para continuar, es conveniente transformar (2.23) al espacio de momento y adicionalmente considerar  $p^0 \ll |\mathbf{p}|$ ; así

$$(\mathbf{p}^2 - \mathbb{H}) \left( \tilde{G}_0(p, z, z') + \sum_m \tilde{G}_m(p, z, z') \right) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\delta(z - z')}{\sqrt{g}} , \quad (2.24)$$

donde  $\tilde{G}$  es la transformada de Fourier de  $G$ . La solución a la ecuación (2.24) viene dada por

$$\tilde{G}_0(p, z, z') = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\phi_0(z) \phi_0^*(z')}{\mathbf{p}^2} , \quad (2.25)$$

$$\tilde{G}_m(p, z, z') = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\phi_m(z) \phi_m^*(z')}{\mathbf{p}^2 + m^2} , \quad (2.26)$$

donde las autofunciones  $\phi_0$  y  $\phi_m$  satisfacen

$$\mathbb{H}\phi_0(z) = 0 \quad \text{y} \quad \mathbb{H}\phi_m(z) = m^2\phi_m(z) , \quad (2.27)$$

tal que

$$\phi_0(z)\phi_0^*(z') + \sum_m \phi_m(z)\phi_m^*(z') = \frac{\delta(z-z')}{\sqrt{g}} . \quad (2.28)$$

Ahora, si en (2.27) consideramos convenientemente que  $\phi_m = f^{1/2}\psi_m$ , encontramos que las autofunciones siguen una ecuación tipo Schrödinger

$$(-\partial_z^2 + V_{QM})\psi_m = m^2\psi_m , \quad V_{QM} = \frac{3f'^2}{4f^2} + \frac{3f''}{2f} , \quad (2.29)$$

lo cual facilita significativamente el análisis del espectro de las fluctuaciones.

Determinemos a continuación el potencial gravitacional entre dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  separadas por una distancia  $r$ . Para ello, tome en cuenta que

$$V(p, z, z') = \int dt J_1^{\alpha\beta}(p) \tilde{G}_{\alpha\beta\mu\nu}(p, z, z') J_2^{\mu\nu}(p) , \quad (2.30)$$

donde  $J^{\alpha\beta} = mu^\alpha u^\beta$ , con  $u^\alpha$  la cuadrivelocidad, tal que para una partícula en reposo  $J^{\alpha\beta} = m\delta_0^\alpha \delta_0^\beta$ .

Entonces, luego de determinar que  $P_{0000}^{(0)} = 1/2$  y  $P_{0000}^{(m)} = 2/3$ , encontramos que el potencial gravitacional en el espacio de coordenadas viene dado por

$$V(r) = \frac{m_1 m_2}{4\pi r} \left( |\psi_0(0)|^2 + \frac{4}{3} \sum_m |\psi_m(0)|^2 e^{-mr} \right) . \quad (2.31)$$

Nótese que para evaluar la interacción gravitacional sobre el escenario (1.10), empleando para ello (2.31), debemos considerar al espacio-tiempo en un régimen cuasi-estático; esto es,  $\beta t \ll 1$ .

## 2.3. El espectro

A continuación encontraremos el espectro de las fluctuaciones gravitacionales del escenario (1.10, 1.18). Esperamos que esta configuración corresponda al límite de pared infinitamente fina de una solución al sistema acoplado (2.1 - 2.3), donde el campo y el potencial se anulen consistentemente.

De acuerdo con la ecuación de Schrödinger (2.29), donde

$$\begin{aligned} V_{QM}(z) = & -\frac{1}{2}\tau\delta(z) + \frac{9}{4}\beta^2 \\ & - 60 \left( \frac{C_- \beta e^{\beta z}}{4 + C_-^2 e^{2\beta z}} \right)^2 \Theta(-z) \\ & - 60 \left( \frac{C_+ \beta e^{-\beta z}}{4 + C_+^2 e^{-2\beta z}} \right)^2 \Theta(z) , \end{aligned} \quad (2.32)$$

el espectro de las perturbaciones gravitacionales viene dado por un modo cero localizado en torno a la brana, y determinado por el factor métrico (1.18)

$$\psi_0(z) = N_0 \left( f_-^{3/2} \Theta(-z) + f_+^{3/2} \Theta(z) \right), \quad (2.33)$$

con  $N_0$  la constante de normalización

$$\begin{aligned} N_0^{-2} = & \\ & - \frac{1}{2\sqrt{\Lambda_-/6}} \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_-/6} - 1} + \frac{\beta^2}{(\sqrt{\Lambda_-/6})^3} \tan^{-1} \left( \frac{\beta}{\sqrt{\Lambda_-/6}} - \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_-/6} - 1} \right) \\ & - \frac{1}{2\sqrt{\Lambda_+/6}} \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_+/6} - 1} + \frac{\beta^2}{(\sqrt{\Lambda_+/6})^3} \tan^{-1} \left( \frac{\beta}{\sqrt{\Lambda_+/6}} - \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_+/6} - 1} \right); \end{aligned} \quad (2.34)$$

y una torre continua de modos masivos propagándose libremente por todo el espacio-tiempo cinco-dimensional y determinada por

$$\psi_{m+}(z) = N_m \left[ \frac{A_+}{2} (e^{i\mu z} F_+ + e^{-i\mu z} F_+^*) - \frac{i}{2} (e^{i\mu z} F_+ - e^{-i\mu z} F_+^*) \right], \quad z > 0 \quad (2.35)$$

$$\psi_{m-}(z) = N_m \left[ \frac{A_-}{2} (e^{-i\mu z} F_- + e^{i\mu z} F_-^*) - i \frac{B_-}{2} (e^{-i\mu z} F_- - e^{i\mu z} F_-^*) \right], \quad z < 0, \quad (2.36)$$

donde

$$F_{\pm} = {}_2F_1 \left[ \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}; 1 - i \frac{\mu}{\beta}; \left( 1 + \frac{4}{C_{\pm}^2} e^{\pm 2\beta z} \right)^{-1} \right], \quad (2.37)$$

$\mu = \sqrt{m^2 - 9\beta^2/4}$ ,  $N_m$  la constante de normalización y  $A_{\pm}, B_{\pm}$  las constantes de integración del sistema.

Nótese que de acuerdo con (2.32), la torre de modos masivos se encuentra claramente separada del modo localizado por una brecha de energía igual a  $9\beta^2/4$ , lo cual es una característica exclusiva del espectro gravitacional de los mundos brana con expansión dS [17].

Ocurre, que a cada autovalor  $m$  le corresponde un autoestado doblemente degenerado, esto de acuerdo con los reportado en [21], que identificaremos convenientemente como  $\psi_m^c$  y  $\psi_m^d$ , de tal manera que ellos cumplen con la siguiente relación ortonormalidad

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{m'}^{*i}(z) \psi_m^j(z) dz = \delta^{ij} \delta(m - m'), \quad i, j = c, d \quad (2.38)$$

y, adicionalmente, satisfacen las siguientes condiciones de borde sobre la brana

$$\psi_{m-}^c(0) = \psi_{m+}^c(0) = 0, \quad \frac{d}{dz} \psi_{m-}^c(0) = \frac{d}{dz} \psi_{m+}^c(0), \quad (2.39)$$

$$\psi_{m-}^d(0) = \psi_{m+}^d(0), \quad \frac{d}{dz} \psi_{m-}^d(0) - \frac{d}{dz} \psi_{m+}^d(0) = \frac{1}{2} \tau \psi_m^d(0). \quad (2.40)$$

Así, las cuatro constantes asociadas a  $\psi_m^c$  y a  $\psi_m^d$  serán correctamente determinadas por (2.38) y (2.39), en el primer caso; y por (2.38) y (2.40) en el segundo caso.

Sin embargo, ya que la integral (2.38) es divergente  $\forall m = m'$ , algún procedimiento de regularización es requerido. Siguiendo [1] (ver [23] para detalles), introducimos un par de branas reguladoras en  $\pm z_r$ ; entonces, luego de tomar el límite  $z_r \rightarrow \infty$ , es posible recuperar la versión regularizada del escenario inicial.

Revisemos con cierto detalle el procedimiento de regularización.

### 2.3.1. Branas reguladoras

Para regularizar el sistema es conveniente considerar simetría  $Z_2$  alrededor de las branas reguladoras y reescribir el factor métrico en (1.10) de la siguiente forma

$$\begin{aligned} f(z) = & f_-(-z - 2z_r)\Theta(-z_r - z) + f_-(z)\Theta(z + z_r)\Theta(-z) \\ & + f_+(z)\Theta(z_r - z)\Theta(z) + f_+(2z_r - z)\Theta(z - z_r), \end{aligned} \quad (2.41)$$

de tal manera que el potencial (2.29) viene dado por

$$\begin{aligned} V_{QM}(z) = & -\frac{\tau}{2}\delta(z) + \frac{9}{4}\beta^2 + 3\beta \left( \frac{4 - C_-^2 e^{-2\beta z_r}}{4 + C_-^2 e^{-2\beta z_r}} \right) \delta(z + z_r) + 3\beta \left( \frac{4 - C_+^2 e^{-2\beta z_r}}{4 + C_+^2 e^{-2\beta z_r}} \right) \delta(z - z_r) \\ & - 60 \left( \frac{C_- \beta e^{\beta z}}{4 + C_-^2 e^{2\beta z}} \right)^2 \Theta(z + z_r)\Theta(-z) \\ & - 60 \left( \frac{C_+ \beta e^{-\beta z}}{4 + C_+^2 e^{-2\beta z}} \right)^2 \Theta(z_r - z)\Theta(z); \end{aligned} \quad (2.42)$$

y las fluctuaciones satisfacen las siguientes condiciones de integrabilidad adicionales a (2.39, 2.40)

$$\frac{d}{dz}\psi_{\pm}^d(\pm z_r) = \mp 3\beta \left( \frac{4 - C_{\pm}^2 e^{-2\beta z_r}}{4 + C_{\pm}^2 e^{-2\beta z_r}} \right) \psi_{\pm}^d(\pm z_r). \quad (2.43)$$

Entonces, a partir de la condición (2.43), en el límite  $z_r \rightarrow \infty$  y bajo la aproximación  $m/\beta \gg 1$ , se deduce que

$$\frac{d}{dz}\psi_{\pm}^d(\pm z_r) \simeq 0. \quad (2.44)$$

Adicionalmente, nótese que en (2.42) las barreras no desaparecen. Es decir, las branas reguladoras únicamente son transparentes a las autofunciones pesadas. En otras palabras, el método de regularización, a diferencia del caso estático, no regulariza todo el espectro sino una porción de éste, afortunadamente aquella compatible con la aproximación  $\beta t \ll 1$ .

A pesar de las limitaciones del método empleado para discretizar el sistema, de (2.44) encontramos que

$$\tan m z_r = \frac{1}{A_+} \quad (2.45)$$

o equivalentemente

$$\tan mz_r = \frac{B_-}{A_-}, \quad (2.46)$$

y el sector altamente masivo de la torre de autofunciones resulta cuantizado en unidades de  $\pi/z_r$ , al menos para los casos que analizaremos en el Capítulo 3.

Ahora (2.38) se lee como

$$\int_{-z_r}^{z_r} \psi_{m'}^{*i}(z) \psi_m^j(z) dz = \delta^{ij} \delta_{mm'}, \quad i, j = c, d; \quad (2.47)$$

y la transición de la suma sobre  $m$  a una integral en (2.31), cuando  $z_r \rightarrow \infty$ , viene dado por

$$\sum_m h(m) = \sum_m h(m) \frac{z_r}{\pi} \Delta m \quad \rightarrow \quad \int h(m) \frac{z_r}{\pi} dm. \quad (2.48)$$

La correspondiente densidad de estados es empleada para evaluar el potencial gravitacional (2.31), de forma que

$$V(r) = \frac{|\psi_0(0)|^2}{4\pi M_5^3} \frac{m_1 m_2}{r} \left( 1 + \frac{4}{3\pi} \frac{1}{|\psi_0(0)|^2} \sum_{i=1}^2 \int_{m_0}^{\infty} |\psi_m^i(0)|^2 e^{-mr} z_r dm \right), \quad (2.49)$$

donde  $m_0 = 3\beta/2$  y, adicionalmente, hemos considerado a  $M_5$ , la masa de Planck en cinco-dimensiones.

# Capítulo 3

## El potencial gravitacional y la resonancia

En analogía con el espacio-tiempo FRW, el parámetro de expansión  $\beta$  asociado al escenario (1.10), es del orden de la inversa de la constante de Hubbel, alrededor de  $10^{-9}$  años $^{-1}$ . En tal sentido, aquellas configuraciones relacionadas con vacíos dS<sub>5</sub>, se asemejarán considerablemente al escenario constituido por una brana en un espacio-tiempo de Minkowski (recordemos que  $\Lambda_{\pm} \leq 6\beta^2$ ), donde es bien conocido que no es posible localizar gravedad en correspondencia con un potencial de Newton [18, 19]. Así pues, enfocaremos nuestro análisis sobre aquellos escenarios donde es factible la gravedad Newtoniana; como por ejemplo, escenarios con vacíos AdS<sub>5</sub>, tratando de identificar los efectos generados por la asimetría. Por otra parte, también son de nuestro interés aquellos escenarios soportados sobre un único vacío AdS<sub>5</sub>.

En lo que sigue  $k_{\pm} = \sqrt{|\Lambda_{\pm}|/6}$ ; y adicionalmente consideraremos que  $m_0 \ll m \ll k_{\pm}$ .

### 3.1. Escenarios AdS<sub>5</sub>

#### 3.1.1. Débilmente asimétrico

Para un escenario débilmente asimétrico,  $k_+ \sim k_-$ , se tiene que a primer orden en  $(k_+/k_- - 1)$ , el modo cero viene dado por

$$|\psi_0(0)|^2 \simeq 2 (k_-^{-1} + k_+^{-1})^{-1} . \quad (3.1)$$

Por otra parte, de las condiciones de integrabilidad (2.39), (2.40) y (2.38), se deduce que

$$A_+ \simeq A + \left[ \frac{8m_0}{3m} + \frac{m}{k_+} \left( \frac{25}{12} + \frac{m^2}{m_0k_+} \right) \right] \left( \frac{k_+}{k_-} - 1 \right), \quad (3.2)$$

$$A_- \simeq A + \left[ -\frac{3}{2} + \frac{11m_0}{4m} + \frac{m}{k_+} \left( \frac{17}{3} + \frac{20m^2}{9m_0k_+} \right) \right] \left( \frac{k_+}{k_-} - 1 \right), \quad (3.3)$$

$$B_- \simeq 1 + \left[ \frac{3}{2} - \frac{8m_0}{3m} - 2\frac{m}{k_+} \left( \frac{1}{3} + 2\frac{m^2}{m_0k_+} \right) \right] \left( \frac{k_+}{k_-} - 1 \right), \quad (3.4)$$

donde

$$A = - \left( 1 + \frac{187 m_0}{36 k_+} \right) + \frac{11 m_0}{6 m} \left( 1 - \frac{11 m_0}{12 m} \right) + \frac{m}{k_+} \left( \frac{17}{6} + 2 \frac{m^2}{m_0 k_+} \right), \quad (3.5)$$

tal que los modos masivos se aproximan a

$$z_r |\psi_m^d(0)|^2 \simeq \frac{8}{\pi} \left( \frac{k_+}{m} \right)^3 - \frac{8}{\pi} \left( \frac{m^3}{k_+ m_0^2} \right) - \frac{20}{3} \frac{m}{m_0} - \frac{2}{\pi} \left[ 6 \left( \frac{k_+}{m} \right)^3 + 6 \frac{k_+}{m_0} - 5 \frac{m}{m_0} \right] \left( \frac{k_+}{k_-} - 1 \right). \quad (3.6)$$

Sustituyendo (3.1) y (3.6) en (2.49), encontramos que

$$\begin{aligned} V(r) \simeq & \frac{k_+}{2\pi M_5^3} \left( \frac{k_+}{k_-} + 1 \right)^{-1} \frac{m_1 m_2}{r} \times \\ & \left[ 1 + \frac{8}{3\pi^2} \left[ \left( \frac{k_+}{m_0} \right)^2 (1 - m_0 r) - \left( \frac{5}{3} + \frac{12}{k_+ m_0 r^2} \right) \frac{(1 + m_0 r)}{k_+ m_0 r^2} \right] \left( \frac{k_+}{k_-} + 1 \right) - \right. \\ & \left. \frac{4}{\pi^2} \left[ \left( \frac{k_+}{m_0} \right)^2 (1 - m_0 r) + \frac{2}{m_0 r} + \frac{5(1 + m_0 r)}{3 k_+ m_0 r^2} \right] \left[ \left( \frac{k_+}{k_-} \right)^2 - 1 \right] \right] + \mathcal{O} \left( \frac{1}{r^3} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Examinando (3.7), se puede verificar que las correcciones generadas por los modos masivos son despreciables frente al término Newtoniano en la región definida por

$$\max\{k_-^{-1}, k_+^{-1}\} \ll r \ll m_0^{-1}. \quad (3.8)$$

Nótese que (3.7), para  $k_- = k_+ = k$ , se reduce al potencial gravitacional del escenario dinámico reportado en [19].

### 3.1.2. Fuertemente asimétrico

En este caso,  $k_+ \ll k_-$ , y el correspondiente espectro de autofunciones viene dado por

$$|\psi_0(0)|^2 \simeq \frac{k_+}{2} \quad (3.9)$$

y

$$z_r |\psi_m^d(0)|^2 \simeq \frac{16}{\pi} \left( \frac{k_+}{m} \right)^3 + \frac{8}{\pi} \left( \frac{k_+}{m} \right) + \frac{11}{3\pi} \frac{m}{k_+}. \quad (3.10)$$

donde hemos tomado en cuenta que

$$A_+ \simeq -1 + \frac{1}{2} \frac{m_0}{m} + 2 \frac{m}{k_+}, \quad (3.11)$$

$$A_- \simeq \sqrt{\left( \frac{k_+}{k_-} \right)^3} \left( -1 + \frac{7}{6} \frac{m_0}{m} + \frac{m}{k_+} \right), \quad (3.12)$$

$$B_- \simeq \sqrt{\left( \frac{k_+}{k_-} \right)^3} \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{m_0}{m} - \frac{m}{k_+} \right). \quad (3.13)$$

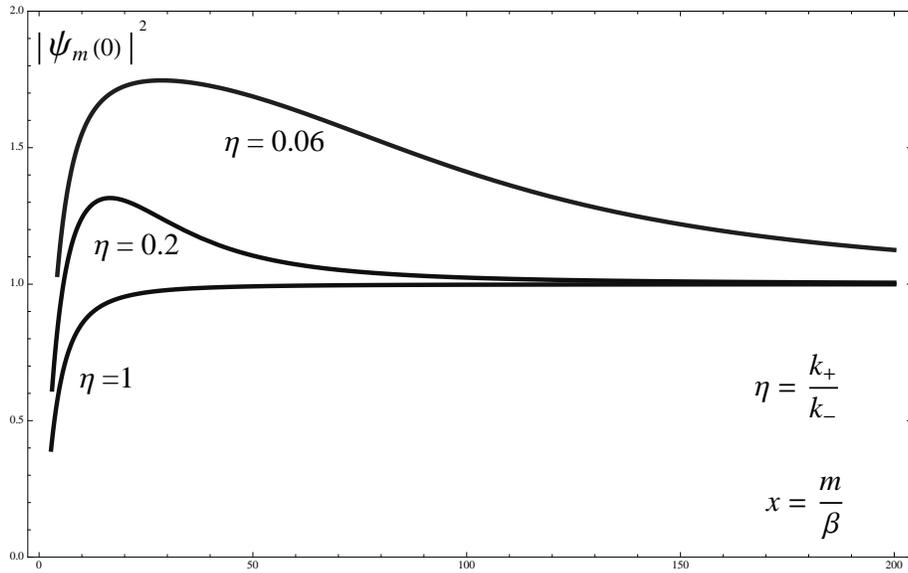


Figura 3.1:  $|\psi_m^d(0)|^2$  versus  $x = m/\beta$ , para diferentes valores de  $\eta$

Sustituyendo (3.9) y (3.10) en (2.49), tenemos que

$$V(r) \simeq \frac{k_+}{2\pi M_5^3} \frac{m_1 m_2}{r} \left[ 1 + \frac{10}{\pi^2} \left[ \left( \frac{k_+}{m_0} \right)^2 (1 - m_0 r) + \frac{(1 + m_0 r)}{(k_+ r)^2} \right] \right] + \mathcal{O} \left( \frac{1}{r^3} \right), \quad (3.14)$$

el cual se reduce al potencial Newtoniano en el intervalo

$$k_+^{-1} \ll r \ll m_0^{-1}. \quad (3.15)$$

Sobre este escenario debemos resaltar la presencia de modos masivos *resonantes*, o modos con una probabilidad mayor a los demás de encontrarse sobre la brana. Para analizar sus efectos es conveniente definir  $\eta = k_+/k_- \leq 1$ . En la Fig. 3.1, se muestra el comportamiento de  $|\psi_m(0)|^2$  para diferentes valores de  $\eta$ . Ocurre que para grandes valores de  $k_+$  y  $k_-$ , el modo resonante es altamente masivo, contribuyendo insignificamente al potencial gravitacional (3.14). De hecho, para  $\eta \lesssim 1/4$ , tenemos que la masa viene dada aproximadamente por

$$m_{res} \sim \sqrt{\left( k_+^2 + \frac{9}{4} m_0^2 \right)^{1/2} \left( k_-^2 + \frac{9}{4} m_0^2 \right)^{1/2}}; \quad (3.16)$$

tal que,

$$k_+ \ll m_{res} \ll k_-, \quad (3.17)$$

y el autoestado resonante queda fuera del conjunto de modos que producen correcciones al término Newtoniano en (3.14).

Surge la siguiente pregunta ¿es factible un escenario donde el modo resonante forme parte de las correcciones al potencial gravitacional (2.49)? Sólo en el caso dinámico la respuesta es afirmativa, ya que, de acuerdo con (3.17), se requiere anular a  $k_+$  para tal fin.

Consideremos este planteamiento de forma más detallada en la siguiente sección.

### 3.2. Escenario AdS<sub>5</sub>-Minkowski.

Sea un espacio-tiempo con  $\Lambda_+ = 0$ . Entonces, de (2.34) resulta

$$N_0^{-2} = \frac{1}{3\beta} - \frac{1}{2\sqrt{\Lambda_-/6}} \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_-/6} - 1} + \frac{\beta^2}{(\sqrt{\Lambda_-/6})^3} \tan^{-1} \left( \frac{\beta}{\sqrt{\Lambda_-/6}} - \sqrt{\frac{\beta^2}{\Lambda_-/6} - 1} \right), \quad (3.18)$$

que es una cantidad finita y positiva para  $\Lambda_-$  arbitrario, lo cual está en correspondencia con la brecha de masa que exhibe el potencial (2.32). Por tanto, independientemente de la curvatura de la estructura cinco-dimensional, sobre la brana siempre recuperaremos el término Newtoniano del potencial (2.49).

Analicemos a continuación los efectos generados sobre el potencial (2.49) al incluir el modo resonante en el conjunto de las correcciones.

Para el caso  $m \ll k_-$ , encontramos que el modo localizado y los modos masivos vienen dados por

$$|\psi_0(0)|^2 \simeq \frac{8}{9} \left( \frac{m_0}{k_-} \right)^2 \quad (3.19)$$

y

$$z_r |\psi_m^d(0)|^2 = 2 - 7 \left( \frac{m}{k_-} \right)^2, \quad (3.20)$$

donde hemos considerado que

$$A_+ \simeq \left( \frac{k_-}{m} \right)^4 \left[ -\frac{6}{\pi} + \frac{2}{\pi} \frac{m^2}{m_0 k_-} \left( 11 - 35 \frac{m^2}{m_0 k_-} \right) \right], \quad (3.21)$$

$$A_- \simeq \sqrt{\frac{1}{\pi} \left( \frac{k_-}{m} \right)^5} \left[ \frac{3}{2} - \frac{m^2}{m_0 k_-} \left( 5 - 17 \frac{m^2}{m_0 k_-} \right) - \frac{m}{k_-} \left( \frac{9}{64} - \frac{m^2}{m_0 k_-} \right) \right], \quad (3.22)$$

$$B_- \simeq -A_- - \sqrt{\frac{1}{\pi} \left( \frac{k_-}{m} \right)^5} \left[ 6 \frac{m_0}{m} + 2 \frac{m}{k_-} \left( \frac{9}{64} - \frac{m^2}{m_0 k_-} \right) \right]. \quad (3.23)$$

Entonces, a partir de (2.49), (3.19) y (3.20) tenemos

$$V(r) = \frac{2m_0}{9\pi M_5^3} \left( \frac{m_0}{k_-} \right) \frac{m_1 m_2}{r} \left[ 1 + \left( \frac{9}{\pi} \frac{k_-}{m_0} \left( 1 - \frac{7}{(k_- r)^2} \right) - \frac{63}{2\pi} \frac{1 + m_0 r}{k_- r} \right) \frac{1}{m_0 r} \right]; \quad (3.24)$$

y en este caso, donde la contribución del modo resonante a las correcciones es significativa, no es posible despreciar las desviaciones frente al término Newtoniano y, como consecuencia de ello, el potencial (3.24) es de la forma cinco-dimensional en la región

$$k_-^{-1} \ll r \ll m_0^{-1}. \quad (3.25)$$

# Conclusiones

En este trabajo consideramos soluciones dinámicas a las ecuaciones de Einstein, que están en correspondencia con un espacio-tiempo cinco-dimensional fraccionado en dos secciones por una brana con una alta densidad de energía y soportada sobre una hipersuperficie cuatro-dimensional. En el marco de este escenario, cuya simetría en torno a la brana puede modificarse arbitrariamente, se estudió la interacción gravitacional entre dos partículas masivas; enfocándonos precisamente en los efectos generados por la ruptura de la simetría.

A continuación realizaremos una discusión sistemática, en relación a la organización del trabajo, de los resultados más significativos.

En el Capítulo 1, luego de plantear las ecuaciones de campos para el escenario descrito anteriormente, se generó la solución (1.10, 1.16, 1.18) que depende fundamentalmente de tres parámetros, identificados como las constantes cosmológicas a cada lado de la brana y el parámetro de Hubble, este último denominado así, debido a la similitud de la solución con la métrica de FRW. Adicionalmente, la solución también se caracterizó por tener un límite de curvatura nula en correspondencia con la solución reportada en [16, 4]; y un límite estático equivalente al escenario RS-II [2].

El análisis de las fluctuaciones gravitacionales del escenario (1.10, 1.16, 1.18), fue realizado en el Capítulo 2, encontrando que el espectro de las perturbaciones sigue una ecuación de Schrödinger con un potencial tipo delta invertida que asintóticamente tiende a un valor constante igual a  $9\beta^2/4$ . Para determinar correctamente las condiciones de integrabilidad de las autofunciones, fue necesario considerar que cada estado del sistema se encontraba doblemente degenerado en una función de onda continua sobre la brana y otra dispersada por ésta. En este tipo de problemas siempre se han buscado soluciones sensibles a la brana, lo cual resulta suficiente si el escenario exhibe simetría  $Z_2$ ; sin embargo, en aquellos escenarios donde la simetría está ausente resulta imperativo las soluciones continuas, ya que ellas contribuyen significativamente en las condiciones de integrabilidad del problema [21]. Así pues, encontramos que el espectro de las fluctuaciones gravitacionales está constituido por un estado localizado alrededor de la brana y una torre continua de modos masivos libres de propagarse por toda la estructura cinco-dimensional y separados del modo confinado por una brecha de energía igual a  $9\beta^2/4$ ; que a nivel del potencial de interacción (2.49) dan lugar a un término Newtoniano, en el primer caso, y desviaciones de éste término en el segundo caso.

Los efectos generados por la asimetría sobre el potencial gravitacional (2.49) fueron estudiados en el Capítulo 3, en el marco de dos escenarios con constantes cosmológicas claramente diferentes a cada lado de la brana. Específicamente, se consideraron aquellos escenarios donde la brana correspondía a la interface entre un espacio-tiempo con curvatura negativa y otro con

curvatura nula o negativa. Los escenarios asociados a curvatura positiva fueron ignorados, ya que de acuerdo con la restricción  $\Lambda_{\pm} \leq 6\beta^2$ , con  $\beta$  del orden de la inversa de la edad del universo, todos reasultan similares al caso plano fenomenologicamente poco atractivo. Además, ellos han sido discutidos ampliamente en [18, 19].

Con respecto al caso asimétrico AdS<sub>5</sub>, es posible recuperar gravedad Newtoniana en un intervalo acotado por debajo por la inversa de la constante cosmológica más pequeña, que se puede ajustar para que coincida con el experimento; y por arriba, por la constante de Hubble, que podemos escoger del orden del radio del universo visible. Por otro lado, en relación al caso AdS<sub>5</sub>-Minkowski, las correcciones dominan en el potencial (3.24); y en consecuencia, no es posible localizar gravedad en correspondencia con un potencial Newtoniano.

En ambos casos la presencia de modos resonantes estuvo ligada con la intensidad de la asimetría; sin embargo, su contribuciones a las correcciones únicamente fueron significativas en el segundo caso, el asociado al potencial cinco-dimensional (3.24).

### Agradecimientos

Quiero agradecer al Prof. R. Omar Rodríguez todos sus comentarios y sugerencias. Este trabajo fue financiado por el CDCHT-UCLA bajo el proyecto 018-CT-2009.

# Bibliografía

- [1] L. Randall and R. Sundrum. A large mass hierarchy from a small extra dimension. *Phys. Rev. Lett.*, 83:3370–3373, 1999. hep-ph/9905221.
- [2] L. Randall and R. Sundrum. An alternative to compactification. *Phys. Rev. Lett.*, 83:4690–4693, 1999. hep-th/9906064.
- [3] M. Cvetič, S. Griffies, and H. H. Soleng. Local and global gravitational aspects of domain wall space-times. *Phys. Rev.*, D48:2613–2634, 1993. gr-qc/9306005.
- [4] R. Guerrero, A. Melfo, and N. Pantoja. Self-gravitating domain walls and the thin-wall limit. *Phys. Rev.*, D65:125010, 2002. gr-qc/0202011.
- [5] K. Skenderis and P. K. Townsend. Gravitational stability and renormalization-group flow. *Phys. Lett.*, B468:46–51, 1999. hep-th/9909070.
- [6] O. DeWolfe, D. Z. Freedman, S. S. Gubser, and A. Karch. Modeling the fifth dimension with scalars and gravity. *Phys. Rev.*, D62:046008, 2000. hep-th/9909134.
- [7] M. Gremm. Four-dimensional gravity on a thick domain wall. *Phys. Lett.*, B478:434–438, 2000. hep-th/9912060.
- [8] M. Gremm. Thick domain walls and singular spaces. *Phys. Rev.*, D62:044017, 2000. hep-th/0002040.
- [9] M. Eto, N. Maru, N. Sakai, and T. Sakata. Exactly solved bps wall and winding number in  $n = 1$  supergravity. *Phys. Lett.*, B553:87–95, 2003. hep-th/0208127.
- [10] R. Guerrero, R. O. Rodríguez, R. Torrealba, and R. Ortiz. De sitter and double irregular domain walls. *Gen. Rel. Grav.*, 38:845–855, 2006. gr-qc/0504080.
- [11] O. Castillo-Felisola, A. Melfo, N. Pantoja, and A. Ramirez. Localizing gravity on exotic thick 3-branes. *Phys. Rev.*, D70:104029, 2004. hep-th/0404083.
- [12] D. Bazeia, C. Furtado, and A. R. Gomes. Brane structure from scalar field in warped spacetime. *JCAP*, 0402:002, 2004. hep-th/0308034.
- [13] A. Melfo, N. Pantoja, and A. Skirzewski. Thick domain wall spacetimes with and without reflection symmetry. *Phys. Rev.*, D67:105003, 2003. gr-qc/0211081.

- 
- [14] R. Guerrero, R. O. Rodriguez, and R. Torrealba. de sitter and double asymmetric brane worlds. *Phys. Rev.*, D72:124012, 2005. hep-th/0510023.
- [15] Rommel Guerrero, Alejandra Melfo, Nelson Pantoja, and R. Omar Rodriguez. Close to the edge: Hierarchy in a double braneworld. *Phys. Rev.*, D74:084025, 2006. hep-th/0605160.
- [16] G. Goetz. An exact solution for a thick domain wall. *J. Math. Phys.*, 31:2683, 1990.
- [17] A. z. Wang. Thick de sitter brane worlds, dynamic black holes and localization of gravity. *Phys. Rev.*, D66:024024, 2002. hep-th/0201051.
- [18] A. Kehagias and K. Tamvakis. Graviton localization and Newton law for a dS(4) brane in 5D bulk. *Class. Quant. Grav.*, 19:L185, 2002.
- [19] K. Ghoroku, A. Nakamura, and M. Yahiro. Newton's law in de sitter brane. *Phys. Lett.*, B571:223–228, 2003. hep-th/0303068.
- [20] Gregory Gabadadze, Luca Grisa, and Yanwen Shang. Resonance in asymmetric warped geometry. *JHEP*, 08:033, 2006.
- [21] Alejandra Melfo, Nelson Pantoja, and Freddy Ramirez. Breaking the  $Z_2$  symmetry of the Randall-Sundrum scenario and the fate of the massive modes. 2010.
- [22] R. M. Wald. General relativity. Chicago, Usa: Univ. Pr. ( 1984) 491p.
- [23] P. Callin and F. Ravndal. Higher order corrections to the newtonian potential in the randall-sundrum model. *Phys. Rev.*, D70:104009, 2004. hep-ph/0403302.