

UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL
“LISANDRO ALVARADO”

Decanato de Ciencias y Tecnología
Licenciatura en Ciencias Matemáticas



ANÁLISIS DE TENDENCIA EN DATOS DE PRECIPITACIONES
MENSUALES DE LAS ESTACIONES CLIMATOLÓGICAS
CARORA-GRANJA, CARORA-BOMBA, CARORA,
SABANA-GRANDE, LOS ARANGUES, ARENALES, BURERE,
RÍO TOCUYO, SICARIGUA, CURARIGUA Y ALTAGRACIA

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO PRESENTADO POR

BR. LULIMAR ANDREINA SUAREZ QUINTERO

COMO REQUISITO FINAL

PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO

EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

ÁREA DE CONOCIMIENTO: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA.

TUTOR: MSc. MARÍA TERESA ESTEVES PÉREZ

Barquisimeto, Venezuela. Septiembre de 2016



Universidad Centroccidental
"Lisandro Alvarado"
Decanato de Ciencias y Tecnología
Licenciatura en Ciencias Matemáticas



ACTA
TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

Los suscritos miembros del Jurado designado por el Jefe del Departamento de Matemáticas del Decanato de Ciencias y Tecnología de la Universidad Centroccidental "Lisandro Alvarado", para examinar y dictar el veredicto sobre el Trabajo Especial de Grado titulado:

ANÁLISIS DE TENDENCIA EN DATOS DE PRECIPITACIONES
MENSUALES DE LAS ESTACIONES CLIMATOLÓGICAS CARORA-GRANJA,
CARORA-BOMBA, CARORA, SABANA-GRANDE, LOS ARANGUES,
ARENALES, BURERE, RÍO TOCUYO, SICARIGUA, CURARIGUA Y
ALTAGRACIA

presentado por la ciudadana BR. LULIMAR ANDREINA SUAREZ QUINTERO titular de la Cédula de Identidad No. 19.300.065, con el propósito de cumplir con el requisito académico final para el otorgamiento del título de Licenciado en Ciencias Matemáticas.

Luego de realizada la Defensa y en los términos que imponen los Lineamientos para el Trabajo Especial de Grado de la Licenciatura en Ciencias Matemáticas, se procedió a discutirlo con el interesado habiéndose emitido el veredicto que a continuación se expresa:

¹ _____

Con una calificación de _____ puntos.

En fe de lo expuesto firmamos la presente Acta en la Ciudad de Barquisimeto a los _____ días del mes de _____ de _____.

TUTOR

FIRMA

PRINCIPAL

FIRMA

PRINCIPAL

FIRMA

¹ Aprobado ó Reprobado

OBSERVACIONES:

A mis Padres

AGRADECIMIENTOS

- A Dios. Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.
- A mis Padres Alonso y Josefina por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus Valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.
- A Mi Hermana Elismar por sus consejos, su infinito apoyo y cariño que me brindan.
- A mi novio Yorcel Da Mata por ser tan incondicional en las buenas y en las malas.
- A mis Familiares y allegados, muchas gracias por siempre estar allí dándome ánimos para seguir adelante.
- A mis Amigos Indispensables que brindaron toda su ayuda que siempre le estaré agradecido.
- A la tutora profesora MSc. María Teresa Esteves Pérez, por guiar pacientemente esta investigación y estar dispuesta a compartir sus conocimientos.
- A la UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL LISANDRO ALVARADO y en especial al Decanato de Ciencias y Tecnologías por permitirme ser parte de una generación de triunfadores y gente productiva para el país.

RESUMEN

En este trabajo se realizara un análisis de homogeneidad utilizando el test de Alexandersson [1] para determinar si existen estaciones que presenten cambios que no formen parte de la variabilidad climática interanual, para analizar la existencia de tendencias en las series de precipitaciones mensuales de las estaciones climatológicas Carora-granja, Carora-bomba, Carora, Sabana-grande, Los Arangues, Arenales, Burere, Ro Tocuyo, Sicarigua, Curarigua y Altagracia. Además se estudiaran las técnicas de series temporales para estimar la tendencia de las precipitaciones mensuales de las estaciones climatológicas anteriormente mencionadas.



NOTACIONES

s_i	Promedio de las series de referencia
X_i	Serie Candidata
q_i	Es el resultado de dividir X_i/s_i por ser precipitación
z_i	Es el resultado de los datos ya estandarizados
\bar{q}	Promedio de los q_i
s_q	Desviación estándar de los q_i
ACF	Función Autocorrelación
PACF	Función Autocorrelación Parcial

Agradecimientos	i
Resumen	ii
Notaciones	iii
Introducción	1
Antecedentes	3
Objetivos Específicos	7
1. Series de Tiempo	8
1.1. Resultados teóricos sobre análisis de series de tiempo	8
1.2. Componentes de series de tiempo	9
1.3. Procesos Estacionarios	12
1.4. Interpretaciones de las funciones de autocorrelación simple y parcial . .	18
1.5. Estimación y eliminación de tendencias y componentes estacionales . .	20
1.6. Eliminación de la componente tendencial	20
1.7. Eliminación de la tendencia y la componente estacional por..	21
1.8. Pruebas de Homogeneidad	22

1.8.1. Test de Alexandersson	22
2. Análisis y Resultados de los Datos	25
2.1. Análisis de los datos	26
2.1.1. Estación Climatológica Altagracia	26
2.1.2. Estación Climatológica Burere	31
2.1.3. Estación Climatológica Carora Granja	35
2.1.4. Estación Climatológica Los Arangues	39
2.1.5. Estacion Climatológica Arenales	44
2.1.6. Estación Climatológica Sicarigua	49
2.1.7. Estación Climatológica Curarigua	53
2.1.8. Estación Climatológica Río Tocuyo	57
2.1.9. Estación Climatológica Carora	61
2.1.10. Estación Climatológica Carora Bomba	65
2.1.11. Estación Climatológica Sabana Grande	66
Conclusiones	67
Apéndice A	68
Referencias Bibliográficas	70

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Datos de la Estación Altagracia sin Estandarizar	27
2.2. Datos de la Estación Altagracia Estandarizada	27
2.3. Datos de la Estación Altagracia Estandarizada	28
2.4. ACF Estación Altagracia	29
2.5. PACF Estación Altagracia	29
2.6. Datos de la Estación Burere sin Estandarizar	31
2.7. Datos de la Estación Burere Estandarizada	32
2.8. Comparación cuartiles Burere	32
2.9. ACF Estación Burere	33
2.10. PACF Estación Burere	34
2.11. Datos de la Estacion Carora Granja sin Estandarizar	36
2.12. Datos de la Estación Carora Granja Estandarizada	36
2.13. Comparación cuartiles Carora Granja	37
2.14. ACF Carora Granja	37
2.15. PACF Carora Granja	38
2.16. Datos de la Estación Los Arangues sin Estandarizar	40
2.17. Datos de la Estacion Los Arangues Estandarizado	40
2.18. Comparación cuartiles Arangues	41

2.19. ACF Los Arangues	42
2.20. PACF Los Arangues	42
2.21. Datos de la Estación Arenales sin Estandarizar	44
2.22. Datos de la Estación Arenales Estandarizado	45
2.23. Comparación cuartiles Arenales	45
2.24. ACF Arenales	46
2.25. PACF Arenales	47
2.26. Datos de la Estación Sicarigua sin Estandarizar	49
2.27. Datos de la Estación Sicarigua Estandarizado	50
2.28. Comparación cuartiles Sicarigua	50
2.29. ACF Sicarigua	51
2.30. PACF Sicarigua	52
2.31. Datos de la Estación Curarigua sin Estandarizar	54
2.32. Datos de la Estación Curarigua Estandarizado	54
2.33. Comparación cuartiles Curarigua	55
2.34. ACF Curarigua	55
2.35. PACF Curarigua	56
2.36. Datos de la Estación Río Tocuyo sin Estandarizar	58
2.37. Datos de la Estación Río Tocuyo Estandarizado	58
2.38. Comparación cuartiles Río Tocuyo	59
2.39. ACF Río Tocuyo	59
2.40. PACF Río Tocuyo	60
2.41. Datos de la Estación Carora sin Estandarizar	62
2.42. Datos de la Estación Carora Estandarizada	62
2.43. Comparación cuartiles Carora	63
2.44. ACF Carora	63
2.45. PACF Carora	64

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Componentes Tendenciales	66
2. Critical values of the SNHT statistic T for various sample sizes	69

ÍNDICE DE ALGORITMOS

1. Código de Alexandersson	68
--------------------------------------	----

INTRODUCCIÓN

El análisis de los cambios en la precipitación a distintas escalas espaciales y temporales es un tema de suma importancia para Venezuela y para el nivel global (De Luís et al. 2000, González-Hidalgo et al. 2001, Martelo 2004). La precipitación es un componente fundamental del sistema climático; en los actuales momentos existe un amplio consenso sobre la necesidad de profundizar el conocimiento sobre su variabilidad espacial y temporal dentro del contexto del cambio climático global.

A nivel nacional, la caracterización de la precipitación representa un papel fundamental en el comportamiento de los sistemas agroecológicos del país, en la dinámica de ciertas enfermedades endémicas como la malaria y el dengue, y en la distribución espacial y la frecuencia de eventos hidrometeorológicos extremos, causantes de deslaves e inundaciones.

Una de las limitaciones de muchos países, incluido a Venezuela, para profundizar en estos análisis es la disponibilidad de datos climáticos de buena calidad, en particular datos de precipitación en forma de series de tiempo de larga duración (al menos de 20 años) y con una distribución espacial que permita analizar simultáneamente el problema de la variabilidad temporal y espacial para todo el país.

En Venezuela existen varias instituciones que mantienen redes de estaciones meteorológicas e hidrométricas. Entre ellas podemos mencionar: Ministerio del Ambiente y de los Recursos Naturales (MARN), con la red más extensa; Instituto Nacional de Investigaciones Agrícolas (INIA), que mantiene una red al servicio de las ciencias agrícolas y la actividad agropecuaria nacional; Corporación Venezolana de Guayana y Electrificación del Caroní (CVG-EDELCA), con una red de estaciones hidrometeorológicas mayormente localizadas en el Estado Bolívar, cuyo fin primordial es la cuantificación de los recursos hídricos de la zona; las Fuerzas Aéreas Venezolanas (FAV), que mantienen la red nacional más importante al servicio de la aviación venezolana; y la Armada Venezolana, cuya red de estaciones sirve a la navegación. En el caso de la precipitación,

en el país se disponen de alrededor de unas 1200 estaciones, muchas de las cuales no operan en la actualidad, es por ello que los cambios climáticos en los últimos años requieren actualizar el análisis, incorporando la información más reciente (Guenni et al., 2008) [3]. Básicamente la precipitación es el elemento climático de mayor importancia en la zona intertropical, por lo general el crecimiento de los cultivos no se ve limitado de manera importante por la radiación solar disponible o por la temperatura del aire. Habitualmente en el trópico cualquier especie vegetal puede desarrollarse sin ningún problema, en cualquier época del año, sólo si dispone de humedad suficiente para satisfacer sus necesidades hídricas. Los registros climáticos son especialmente sensibles a estos tipos de cambios; por tanto, es necesario contar con una técnica que permita comprobar esta hipótesis. Una manera de verificar esta propiedad es confirmando si los cambios observados en una serie candidata también son registrados en una estación de referencia cercana. La prueba más conocida para este tipo de análisis es la SNHT (Standard Normal Homogeneity Test), desarrollada por Alexandersson (1986) [1] y aplicada por primera vez a datos de precipitación del suroeste de Suecia. Para las series de precipitación mensual, la prueba se aplica a los registros anuales de un mes particular o a los registros anuales de las series, los cuales se obtienen al dividir los valores mensuales de cada año. La prueba de Alexandersson ha sido aplicada en Venezuela por Quintana-Gómez (1999) [2] para datos de temperatura máxima y mínima.

En este trabajo de grado se realizara análisis de homogeneidad a las estaciones climatológicas Carora-Granja, Carora-Bomba, Carora, Sabana-Grande, Los Arangues, Arenales, Burere, Río Tocuyo, Sicarigua, Curarigua y Altagracia, utilizando el Test de Alexandersson para determinar si existen estaciones que presentan cambios que no formen parte de la variabilidad climática interanual. En el marco teórico comprendido por el capítulo 1 encontramos todos los conceptos sobre series de tiempo, sus componentes, modelos y lo referente al Test de Alexandersson.

Una vez que hayamos controlado la calidad de los datos a analizar procederemos a verificar la existencia o no de tendencia en las series de precipitaciones mensuales de las estaciones climatológicas ya mencionadas.

ANTECEDENTES

Uno de los principales criterios de control de calidad de los datos climatológicos surge del artículo publicado por Alexandersson en 1986 [1] cuya prueba también es conocida como la SNHT (Standard Normal Homogeneity Test), desarrollada por Alexandersson (1986) y aplicada por primera vez a datos de precipitación del suroeste de Suecia. La prueba de Alexandersson ha sido aplicada en Venezuela por Quintana-Gómez (1999) [2] quien verificó la homogeneidad de las series de temperaturas máximas y mínimas y realizó un análisis de las tendencias de dichas series climatológicas.

Desde entonces varios investigadores han aplicado la prueba a los datos antes de realizar cualquier análisis de tendencia y estacionalidad, Stepanek [6] en el 2003 realizó un estudio en el cual presentó el proceso de homogeneización de las temperaturas medias mensuales de la República Checa durante el periodo instrumental (desde 1771 hasta el presente). Unos de los objetivos principales fue desarrollar un método que, en ausencia de metadatos (desafortunadamente en la mayoría de los casos) lograrse una mayor fiabilidad en la detección de la inhomogeneidades. En el caso de la comprobación de las inhomogeneidades relativas (la homogeneización por el método absoluto produce resultados menos fiables) una tarea fundamental fue la construcción de series de referencia. Las series se calcularon por tres procedimientos en cada caso. A su vez, cada pareja de series candidata y referencia fue comparada por medio de distintos métodos (tres pruebas de inhomogeneidad) y analizada mensual, estacional y anualmente.

Ante la incertidumbre generalizada en la detección de inhomogeneidades, en planteamiento sugerido en su trabajo presenta la ventaja de producir numerosos resultados en cada serie analizada lo cual permite aumentar la confianza en la detección. La decisión final para aceptar una inhomogeneidad como cierta se tomo considerando el número de inhomogeneidades detectadas, junto con las series de diferencia y otra información disponible; solamente entonces se acepto una inhomogeneidad como indudable (de naturaleza física), incluso en ausencia de metadatos.

En el proceso de homogeneizado algunas partes de las series analizadas o incluso

series completas tuvieron que ser excluidas debido a diversos problemas. Una cuestión que no ha sido solucionada es el problema de las inhomogeneidades localizadas al final de las series, cuyo ajuste no puede efectuarse porque su escasa longitud no permite estimar el valor de corrección. Estas series fueron truncadas en el año de la detección. Tales casos son relativamente, comunes en la República Checa en los últimos años por el efecto de automatización de la red de medidas.

A partir de las series de temperatura del aire homogeneizadas se calculo la serie promedio nacional de la República Checa (1848-2000). En todas las estaciones y en los valores anuales existe una tendencia estadísticamente significativa. Los valores más elevados se corresponden con el invierno ($0.69^{\circ}\text{C}/100$ años), y los más bajos con el verano ($0.36^{\circ}\text{C}/100$ años). La serie muestra una tendencia de $0.69^{\circ}\text{C}/100$ años en el periodo analizado.

Por otro lado, Puertas et. al. [4] en el 2011 analizó las tendencias de precipitación mensual de 108 estaciones pluviométricas, de la cuenca alta media del rio Cauca, en el periodo de estudio comprendido entre 1975-2006. Inicialmente, identificó los datos faltantes, para cada estación pluviométrica, con el criterio de tener un porcentaje de datos faltantes menor al 10 % del total de datos. Luego, se realizó el cálculo de datos faltantes, utilizando el método racional deductivo descrito por Guevara que permite llenar hasta un máximo de once datos faltantes por año, apoyándose en la información que brindan los años con información completa. Este método, considera que la precipitación del mes faltante, es igual al porcentaje de precipitación promedio mensual, respecto al total anual acumulado promedio en esa estación. Posteriormente, como análisis confirmatorio para identificar y descartar sólo los valores atípicos de precipitación, los casos extremos identificados con el procedimiento anterior, se compararon con los valores en las estaciones pluviométricas vecinas y en caso que hubiera similitud eran eventos extremos. De manera opuesta, cuando únicamente ocurría precipitación extrema en esa estación pluviométrica, se determinaron estos como casos atípicos. Al final, estos últimos valores fueron eliminados de la base de datos y se calcularon nuevamente mediante el método racional deductivo. En total se calcularon 228 datos atípicos equivalentes al

0,55 % del total de datos. Después del análisis exploratorio a cada serie de precipitación, se determinaron tendencias a escalas anual, mensual-multianual y trimestral (acumulada) siguiendo la estacionalidad interanual. Para ello, se utilizó el test no paramétrico Estacional de Mann-Kendall (EMK).

En el caso particular de Venezuela Guenni [3] realizó un análisis de tendencia y estacionalidad para precipitaciones en Venezuela, previa verificación de la homogeneidad de los datos, Los resultados obtenidos representan un primer avance en analizar la situación de la precipitación nacional en años recientes. Además realizó un análisis de la calidad de la información y el resumen de la variabilidad observada. Aunque el componente de tendencia no sea significativo, los valores obtenidos de pendientes negativas para la zona norte costera están de acuerdo, al menos en signo, con las proyecciones presentadas en la Primera Comunicación Nacional sobre el Cambio Climático (MARN 2005). Los resultados reportados en dicha comunicación son parte de un esfuerzo por entender cómo las condiciones de incremento de gases de invernadero pueden afectar el clima nacional a partir de las proyecciones de los modelos de Circulación General de la Atmósfera. Los resultados estadísticos que describen la estacionalidad de la precipitación en Venezuela coinciden con las características climáticas de la región. La variabilidad anual de la precipitación en Venezuela está altamente influenciada por las condiciones geográficas dominantes: la presencia de la cordillera de la Costa y su interacción con el mar Caribe; la migración de la Zona de Convergencia InterTropical y los impactos de los frentes fríos de Norteamérica y del Sur (Brasil y Argentina). Al oeste de los $70^{\circ}W$ (región Andina y estado Zulia), la mayoría de las estaciones presentan un régimen bimodal que contrasta con el marcado máximo que se observa en julio-agosto en la zona de los Llanos (Poveda et al. 2006). Los máximos bimodales que ocurren en los periodos abril-mayo y septiembre-octubre son altamente afectados por las condiciones orográficas de la región.

Las proyecciones de algunos modelos reducen hasta el 25 % de la precipitación promedio anual en la zona norte-costera del país para 2060. Los análisis sugieren que si las tasas de disminución de la precipitación (pendientes negativas) observadas en años

recientes se mantienen en el futuro, en unos 50 años se proyecta una reducción de 50 a 100 *mm* de precipitación anual promedio en la zona norte costera y en gran parte de la región Andina. Sin embargo, en una situación de cambio climático, es posible que estas tasas de cambio disminuyan aún más. Esta situación es preocupante dado que en esta región se ubica el 80% de la población nacional. Las pendientes negativas también pueden ser una evidencia de una mayor actividad del fenómeno ENSO (El Niño-Southern Oscillation) en años recientes, dado el impacto negativo de la fase caliente de ENSO (El Niño) sobre la precipitación de la región norte de sudamérica (Poveda et al. 2006). En su trabajo asumió una modelación estadística sencilla de las series de tiempo observadas, en la que se consideran cambios estáticos en la tendencia y en los patrones estacionales de la precipitación. Un análisis más completo consideraría modelos dinámicos en los cuales los coeficientes de tendencia y estacionalidad pueden variar con el tiempo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar la prueba de Homogeneidad Normal Estándar desarrollada por Alexandersson [1].
- Desarrollar los códigos en MatLab para la prueba de Homogeneidad Normal Estándar.
- Determinar la homogeneidad de los datos aplicando la prueba de Alexandersson utilizando cocientes sin normalizar.
- Determinar la homogeneidad de los datos aplicando la prueba de Alexandersson utilizando cocientes normalizados.
- Estimación de la componente tendencial en caso de existir.

CAPÍTULO 1

SERIES DE TIEMPO

1.1. Resultados teóricos sobre análisis de series de tiempo

En este capítulo introduciremos algunos conceptos básicos empleados en el análisis de series de tiempo y definiremos algunos procesos estocásticos, para ellos seguiremos el libro Introduction to times series and forecasting de Brockwell y David [5]

Definición 1.1. (Serie de Tiempo)

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones $\{X_t\}$, $t \in I$, registradas en forma secuencial sobre un conjunto I discreto o continuo. Conseguimos series de tiempo en distintos campos del saber: economía, mercadeo, demografía, meteorología, ingeniería, etc. Como ejemplos de series de tiempo podemos citar:

- Las ventas mensuales de una empresa en la ultima década.
- El número de precipitaciones producidos por año de determinado sector en el periodo 1965-2000.
- Temperaturas diarias promedio en los últimos 6 meses.

1.2. Componentes de series de tiempo

Las series temporales se analizan con la esperanza de describir patrones históricos que pueden utilizarse para obtener una predicción. Con el objetivo de identificar este patrón, es conveniente pensar que la serie de tiempo esta formada por varios componentes.

- T_t : Tendencia.
- C_t : Ciclo.
- S_t : Variaciones estacionales.
- ξ_t : Fluctuaciones irregulares
- Efecto calendario.

Definición 1.2. (Tendencia)

La tendencia es el componente que a largo plazo caracteriza a la serie. Está constituida por movimientos crecientes o decrecientes en el tiempo. Los movimientos de tendencia representan una diversidad de factores: crecimiento constante de la población, cambios tecnológicos en la industria, cambios en los gustos del consumidor, incrementos (o disminución) en el ingreso per-capita, inflación o deflación.

Definición 1.3. (Componente Cíclica)

La componente cíclica se refiere a las oscilaciones de larga duración alrededor de la recta o curva de tendencia; estos ciclos, como se llaman a veces, pueden ser o no periódicos.

Definición 1.4. (Variaciones Estacionales)

Las variaciones estacionales son patrones periódicos en una serie temporal que son distinguibles de variaciones anuales regulares en una serie, y que se repiten cada año, he aquí la principal diferencia con el componente cíclico. Las variaciones estacionales son causadas, con frecuencia por factores tales como el clima y costumbres.

Definición 1.5. (Fluctuaciones Irregulares)

Las fluctuaciones irregulares (o variación irregular) son movimientos erráticos en una serie temporal que no tienen un patrón reconocible o regular. Estos movimientos representan lo que se dejó fuera luego de identificar la tendencia, ciclos y variaciones estacionales. Muchas variaciones irregulares son causadas por eventos inusuales que no pueden pronosticarse tales como terremotos, accidentes, huracanes, inundaciones, sequías y guerras entre otros.

Definición 1.6. (Efecto Calendario)

El efecto calendario es un fenómeno económico determinado por un calendario diferente del utilizado como patrón de medida, están asociados con el ciclo semanal y con la pascua móvil.

Definición 1.7. (Modelo de series de tiempo)

Un modelo de series de tiempo para los datos $\{X_t\}$ es la especificación de la distribución conjunta de una sucesión de variables aleatorias $\{X_t\}$, a este proceso también se le denomina serie de tiempo, observemos que $\{X_t\}$ se considera como una realización de $\{X_t\}$.

Algunos ejemplos de series de tiempo son las distribuciones anuales de las precipitaciones, medir las reservas hidrológicas, el grado de concentración de los sulfatos entre otras.

A continuación presentaremos algunas definiciones y algunos modelos estacionarios.

Definición 1.8. (Función de Media y Función de Covarianza)

Sea $\{X_t\}$ una serie de tiempo con $E(X_t^2) < \infty$, la función de media de $\{X_t\}$ esta definida por:

$$\mu_X(t) = E(X_t), \quad t \in \mathbb{Z} \quad (1.1)$$

La función de covarianza está definida por:

$$\gamma(t, s) = Cov(X_t, X_s) = E\left((X_t - \mu_X(t))(X_s - \mu_X(s))\right) \quad (1.2)$$

para todos los enteros t y s .

Definición 1.9. (Estacionaridad Estricta)

Una serie de tiempo $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ es estrictamente estacionaria si las funciones de distribución conjuntas de $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$ y $(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_n+h})$ coinciden para todos los enteros $h, n > 0$.

Definición 1.10. (Estacionaridad Débil)

Una serie de tiempo $\{X_t\}$ es (débilmente) estacionaria si $E(X_t^2) < \infty$ y

1. $\mu_X(t)$ es independiente de t .
2. $\gamma_X(t+h, t)$ es independiente de t para cada h .

Definición 1.11. (Función Autocorrelación y Función Autocovarianza)

Sea $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ una serie de tiempo estacionaria con $E(X_t^2) < \infty$. La función de autocovarianza (ACVF) de $\{X_t\}$ está definida por

$$\gamma_X(h) = Cov(X_{t+h}, X_t)$$

La función de autocorrelación (ACF) de $\{X_t\}$ está definida por

$$\rho_X(h) = \frac{\gamma_X(h)}{\gamma_X(0)} = Cov(X_{t+h}, X_t)$$

Algunas propiedades de la función de autocorrelación son las siguientes:

- $\rho(0) = 1$
- $|\rho(h)| \leq 1$ para todo $h \in \mathbb{Z}$
- $\rho(h) = \rho(-h)$

Antes de definir algunos modelos estacionarios, presentaremos la definición de operador de rezago

Definición 1.12. (Operador de Rezago)

Definiremos el operador de rezago por: $B(X_t) = X_{t-1}$, la potencia de este operador está dado por: $B^j(X_t) = X_{t-j}$

1.3. Procesos Estacionarios

A continuación presentaremos algunos procesos aplicados en el análisis de series de tiempo, para información adicional consultar [5]

Definición 1.13. (Ruido IID o WN)

$\{X_t\}$ es un Ruido IID si $E(X_t^2) = \sigma^2 < \infty$ y su función de autocorrelación viene dada por:

$$\gamma_X(t+h, t) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } h = 0 \\ 0 & \text{si } h \neq 0 \end{cases}$$

A este proceso lo denotaremos por $\{X_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$

Definición 1.14. (Series de tiempo ARMA (p, q))

$\{X_t\}$ es un proceso ARMA (p, q) si $\{X_t\}$ es estacionario y para todo t

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q} \quad (1.3)$$

donde $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$

Entonces, si se aplica el operador de retardo, el proceso se puede expresar de forma equivalente como;

$$\phi(L)X_t = \theta(L)Z_t \quad (1.4)$$

donde los polinomios característicos están dados por: $\phi(L) = (1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p)$ y $\theta(L) = (1 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q)$ son los operadores de los retardos correspondientes a los modelos AR y MA, respectivamente. Y no tienen factores en común

En el caso particular en que $p = 1$, $q = 1$ y $\{X_t\}$ es estacionario, tenemos que el proceso satisface (para todo t)

$$X_t - \phi X_{t-1} = Z_t + \theta Z_{t-1}$$

donde $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$ y $\phi + \theta = 0$ a este proceso lo llamaremos ARMA(1,1)

Definición 1.15. (Promedios Móviles)

A la familia ARMA(0, q) se le denomina promedios móviles o moving average de orden q , se denota por MA(q). Está definida por la siguiente ecuación

$$X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}$$

además, su función de autocovarianza viene dada por

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-|h|} \theta_j \theta_{j+h} & \text{si } |h| < q \\ 0 & \text{si } |h| > 1 \end{cases}$$

En el caso particular en que $q = 1$ tenemos un MA(1) definido por la ecuación:

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1} \tag{1.5}$$

con $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$ y θ una constante. De (1.5) se tiene que $E(X_t) = 0$, $E(X_t^2) = \sigma^2(1 + \theta^2) < \infty$ y

$$\gamma(t+h, t) = \begin{cases} \sigma^2(1 + \theta^2) & \text{si } |h| = 0 \\ \sigma^2\theta & \text{si } |h| = \pm 1 \\ 0 & \text{si } h > 1 \end{cases}$$

Antes de definir las series de tiempo autoregresivas, se estudiarán los concepto de causalidad e invertibilidad.

Definición 1.16. (Causalidad)

Las series de tiempo ARMA son causales si tienen la siguiente representación:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j} \tag{1.6}$$

donde los coeficientes ψ_i son absolutamente sumables, es decir, $\sum_{i=0}^{\infty} |\psi_i| < \infty$

Esto es equivalente a la condición

$$\Psi(z) = 1 - \psi_1 z - \dots - \psi_p z^p \neq 0$$

para todo $|z| < 1$

Definición 1.17. (Invertibilidad)

Una serie de tiempo $\{X_t\}$ es invertible si existen constantes $\{\pi_j\}$ tales que

$$\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j < \infty$$

y

$$Z_t \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j} \quad (1.7)$$

invertibilidad es equivalente la condición $\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \dots + z^q \neq 0$, para todo $|z| \neq 1$.

Definición 1.18. (Proceso Lineal)

Una serie de tiempo $\{X_t\}$ es un proceso lineal si tiene la siguiente representación

$$X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j Z_{t-j} \quad (1.8)$$

para todo t , donde $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$ y $\{\psi_j\}$ es una sucesión de constantes con

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j < \infty$$

Proposición 1.1. *Sea $\{Y_t\}$ una serie de tiempo estacionaria con media 0 y función de covarianza ψ_Y . Si*

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j < \infty$$

entonces la serie de tiempo

$$X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j Y_{t-j} = \psi(B)Y_t \quad (1.9)$$

es estacionaria con media 0 y función autocovarianza

$$\gamma_X(h) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_j \psi_k \gamma_Y(h+k-j) \quad (1.10)$$

En el caso especial donde $\{X_t\}$ se trata de un proceso lineal,

$$\gamma_X(h) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j \psi_{j+h} \sigma^2 \quad (1.11)$$

Definición 1.19. (Series de tiempo autoregresivas AR(p))

Una serie de tiempo $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ es un AR(p) si satisface la ecuación:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t \quad (1.12)$$

Esta ecuación tiene una solución única estacionaria si y sólo si

$$\phi(x) = 1 - \phi_1 x - \dots - \phi_p x^p \neq 0$$

para todo $|z| < 1$

En el caso particular en que $p = 1$ se tiene un AR(1) dado por la ecuación

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t$$

La serie de tiempo es causal si $|\phi_1| < 1$, por un proceso interactivo podemos reescribir la expresión anterior de la siguiente forma :

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_1^j Z_{t-j} \quad (1.13)$$

Para esta ecuación se tiene que la función de autocovarianza viene dada por:

$$\gamma(h) = \sigma^2 \frac{\phi_1^{|h|}}{1 - \phi_1^2}$$

Cálculo de la función de autocovarianza (ACVF) y de la función de autocorrelación parcial (PACF)

Supongamos que se tiene una serie de tiempo ARMA(p, q) causal, definida por:

$$\Phi(B)X_t = \Theta(B)Z_t$$

donde B es el operador de rezago, $Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$ y $\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p$, $\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q$, además la suposición de causalidad implica que

$$X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i Z_{t-i} \quad (1.14)$$

donde $\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i Z_{t-i} = \frac{\theta(z)}{\phi(z)}$, y $|z| \leq 1$, de 1.14 se tiene que la función de autocovarianza viene dada por:

$$\gamma(h) = E(X_{t+h}, X_t) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+|h|}, \quad (1.15)$$

esto por la proposición 1.1

Definición 1.20. (Proceso Estacionario)

Sea $\{X_t\}$ un proceso estacionario (con media cero) definiremos el coeficiente de autocorrelación parcial como:

$$\phi_{kk} = \frac{Cov[(X_t - \widehat{X}_t), (X_{t-k} - \widehat{X}_{t-k})]}{\sqrt{Var(X_t - \widehat{X}_t)} \sqrt{Var(X_{t-k} - \widehat{X}_{t-k})}} \quad (1.16)$$

donde \widehat{X}_t y \widehat{X}_{t-k} son las mejores predicciones lineales con respecto al error cuadrático medio de X_t y X_{t-k} como funciones de $X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots$

El conjunto de coeficientes de autocorrelaciones parciales $\phi_{11}, \phi_{21}, \dots, \phi_{nn}, \dots$ constituyen la función de autocorrelación parcial. PACF.



Definición 1.21. (Función de Autocorrelación Muestral)

La función de autocorrelación muestral (sample ACF) es una de las herramientas más importantes que vamos a usar, puesto que a través de su cálculo podemos ver el grado de dependencia en los datos y de acuerdo a esta seleccionar un modelo que refleje el comportamiento de la misma.

Por ejemplo si la ACF muestral está cercana a cero para todos los rasgos diferentes de ceros, entonces un modelo apropiado para los datos puede ser un ruido IID

Definición 1.22. (Media Muestral)

Sean x_1, \dots, x_n observaciones de una serie de tiempo la media muestral está definida por

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_t$$

Definición 1.23. (Autocovarianza Muestral)

La función de autocovarianza muestral está definida por

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_{t+h} - \bar{x})(x_t - \bar{x}), -n < h < n$$

Definición 1.24. (Función de Autocorrelación)

La función de autocorrelación muestral es

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}, -n < h < n$$

para muestras grandes, la función de autocorrelación muestral, $\hat{\rho}$ es aproximadamente normal con media cero y varianza $\frac{1}{n}$

De aquí que un intervalo de confianza de 95 % para el valor poblacional $\rho_{\bar{X}(h)}$ está dado por $r_k = \pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$ donde r_k es la autocorrelación del k -ésimo rezago

Definición 1.25. (Regresión Lineal)

La regresión lineal o ajuste lineal es un modelo matemático usado para aproximar la

relación de dependencia entre una variable dependiente Y , las variables independientes X_i y un término aleatorio *varepsilon*. Este modelo puede ser expresado como:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \varepsilon$$

donde:

Y_t : variable dependiente, explicada o regresando.

X_1, X_2, \dots, X_p : variables explicativas, independientes o regresores.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$: parámetros, miden la influencia que las variables explicativas tienen sobre el regrediendo.

donde β_0 es la intersección o término constante, las β_i ($i > 0$) son los parámetros respectivos a cada variable independiente, y p es el número de parámetros independientes a tener en cuenta en la regresión. La regresión lineal puede ser contrastada con la regresión no lineal.

Definición 1.26. (Error cuadrático medio)

Es un estimador que mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre el estimador y lo que se estima. El error cuadrático medio es una función de riesgo, correspondiente al valor esperado de la pérdida del error al cuadrado o pérdida cuadrática

1.4. Interpretaciones de las funciones de autocorrelación simple y parcial

- Una serie temporal es completamente aleatoria si para cada n grande, $\hat{\rho}(k) \approx 0$ para todo $k \neq 0$.
- Correlación a corto plazo: Las series de tiempo estacionarias frecuentemente muestran correlaciones de corto plazo, es decir, $\hat{\rho}(1)$ tendrá un valor grande seguida por unos pocos coeficientes adicionales que son mayores que ceros pero, tiende a ser suficientemente menor.

- Una serie de tiempo será alternante si los coeficientes de autocorrelación van a alternar su valor, es decir si $\widehat{\rho}(1)$ es positivo, entonces $\widehat{\rho}(2)$ es negativo.
- Una serie de tiempo será no estacionaria si la serie temporal muestra tendencia, es decir los valores de $\widehat{\rho}(h)$ no tienden a cero, excepto para Valores grandes de h (debemos eliminar la componente tendencial para que el correlograma suministre información útil).
- Una serie de tiempo tendrá fluctuaciones estacionales si las ACF muestran oscilaciones en la misma frecuencia, es decir si $\widehat{\rho}(6)$ es grande y negativa entonces $\widehat{\rho}(12)$ es grande y positivo (para datos cuyos rezagos sean mensuales)
- Los Valores atípicos afectan los correlogramas, es por esto que debemos eliminar dichos Valores de los datos antes de comenzar el análisis.

Observaciones

- De la definición de la función de autocovarianza muestral (1.12) se tiene que al dividir por n , la matriz de autocovarianza muestral $\widehat{\Gamma}(h) = [\widehat{\Gamma}(i - j)]_{i,j=1}^n$ es definida no negativa.
- La matriz de correlación muestral $\widehat{R}_n = [\widehat{\rho}(i - j)]_{i,j=1}^n$ es definida no negativa y cada elemento de su diagonal es igual a 1 (porque $\widehat{\rho}(0) = 1$)

Definición 1.27. (Operador diferencia regular de orden d)

El operador diferencia regular de orden d con d entero, ($d \geq 1$ entero) se representa por el símbolo ∇^d (a veces Δ^d) y se define como:

$$\nabla^d \equiv (1 - B)^d \tag{1.17}$$

(donde B es el operador de rezago de 1.12)

Definición 1.28. (Proceso Estocastico Integrado de Orden d)

Un proceso estocástico X_t es integrado de orden d ($d \geq 0$ entero) o $I(d)$, si y sólo si

el proceso $(\nabla^d X_t)$ sigue un modelo ARMA(p, q) estacionario e invertible. En tal caso, suele escribirse $(X_t) \sim I(d)$

1.5. Estimación y eliminación de tendencias y componentes estacionales

El primer paso para analizar una serie de tiempo es graficar los datos. Si hay discontinuidades aparentes, tales como, cambio de nivel, se recomienda dividir los datos en segmentos homogéneos.

La inspección gráfica de una serie de tiempo nos puede sugerir que una representación de los datos está dada por una realización del proceso $X_t = m_t + S_t + Y_t$, donde m_t es la componente tendencial, S_t es la componente estacional y Y_t es la componente estocástica débilmente estacionaria.

Nuestro objetivo es estimar y extraer las componentes determinísticas m_t y S_t , para que el residuo del modelo (Y_t) se comporte como una serie de tiempo estacionaria.

1.6. Eliminación de la componente tendencial

Supongamos que X_t no tiene componente estacional, es decir, $X_t = m_t + Y_t$, $t = 1, 2, \dots, n$ donde $E(Y_t) = 0$.

Vamos a estudiar dos métodos para estimar la componente estacional.

(Método 1) Suavizamiento con filtro de Moving-Average finito

Sea q un entero no negativo y consideremos el siguiente MA

$$W_t = \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q X_{t-j}$$

del proceso $\{X_t\}$ definido por $X_t = m_t + Y_t$; entonces para $q+1 \leq t \leq n-q$, con $\{Y_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$, podemos reescribir a W_t como.

$$W_t = \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q m_{t-j} + \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q Y_{t-j} \approx m_t$$

(Porque al ser Y_t un ruido blanco podemos suponer que en el intervalo $[t - q, t + q]$ su promedio es cero), entonces la componente tendencial la podemos estimar a través de MA.

$$\hat{m}_t = \frac{1}{2q + 1} \sum_{j=-q}^q X_{t-j} \quad \text{con } q + 1 \leq t \leq n - q$$

ya que la ecuación anterior no se puede usar para $t \leq q$ ni para $t > n - q$ para resolver ese problema, definimos $X_t := X_1$ si $t < 1$ y $X_t := X_n$ para $t > n$.

(Método 2) Eliminación de tendencia por diferenciación

El operador de diferenciación de rezago de tamaño 1 (∇) lo definimos por:

$$\nabla(X_t) = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t \quad (1.18)$$

donde B es el operador de rezago (1.12)

Las potencias de los operadores ∇ y B los definimos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} B^j(X_t) &= X_{t-j} \\ \nabla^j(X_t) &= \nabla(\nabla^{j-1}(X_t)) \end{aligned}$$

1.7. Eliminación de la tendencia y la componente estacional por diferenciación

Sea $X_t = m_t + S_t + Y_t$, supongamos que la componente S_t tiene período d , al aplicar el operador ∇^d al modelo $X_t = m_t + S_t + Y_t$ obtenemos :

$$\nabla^d X_t = m_t + m_{t-d} + Y_t - Y_{t-d}$$

Se tiene un modelo con una componente tendencial ($m_t - m_{t-d}$) y un término de ruido ($Y_t - Y_{t-d}$), la tendencia la podemos eliminar con el método estudiado previamente.

Una vez eliminada la tendencia y la componente estacional debemos probar si los residuos obtenidos son ruidos IID, existen diversas pruebas

1. La función de autocorrelación nos dice si los residuos son independientes viendo la cantidad de Valores de la autocorrelación que caen fuera de la banda.
2. Otro estadístico muy usado es el Test de Portmanteau; se considera el siguiente estadístico:

$$Q = n \sum_{j=1}^h \hat{\rho}^2(j) \quad (1.19)$$

Si Y_1, \dots, Y_n es una sucesión IID con varianza finita, se sigue que Q se distribuye aproximadamente como la suma de cuadrados de una variable aleatoria $N(0, 1)$. Un valor muy grande de Q sugiere que la autocorrelación muestral de los datos no provienen de una sucesión IID.

Se rechaza la hipótesis IID con un nivel α si $Q > \chi_{1-\alpha}^2(h)$ donde $\chi_{1-\alpha}^2(h)$ es el $1 - \alpha$ cuantil de una chi-cuadrado con h grados de libertad.

3. Otro test que se adapta mejor a una distribución χ^2 es el Test de Ljung-Box, en el cual se reemplaza Q por

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{j=1}^h \frac{\hat{\rho}^2(j)}{n-j} \quad (1.20)$$

El criterio de aceptación de la hipótesis nula es el mismo que el Test de Portmanteau.

1.8. Pruebas de Homogeneidad

1.8.1. Test de Alexandersson

Antes de iniciar un estudio de las tendencias de la precipitación en una región dada, es necesario asegurarse de que los cambios observados en la media se deban a la dinámica natural del clima. Una serie climática puede dejar de ser homogénea si la

estación de medición ha sufrido cambios de instrumentos, cambios de emplazamiento o cambios de observador o de entorno. Los registros climáticos son especialmente sensibles a estos tipos de cambios; por tanto, es necesario contar con una técnica que permita comprobar esta hipótesis. Una manera de verificar esta propiedad es confirmando si los cambios observados en una serie candidata también son registrados en una estación de referencia cercana. La prueba más conocida para este tipo de análisis es la SNHT (Standard Normal Homogeneity Test), desarrollada por Alexandersson en 1986 [1] y aplicada por primera vez a datos de precipitación del suroeste de Suecia. Para las series de precipitación mensual, la prueba se aplica a los registros anuales de un mes particular o a los registros anuales de las series, los cuales se obtienen al sumar los valores mensuales de cada año. La prueba de Alexandersson ha sido aplicada en Venezuela por Quintana-Gómez (1999) [2] para datos de temperatura máxima y mínima.

El primer paso en el análisis es escoger un conjunto de estaciones de referencia. Una vez escogidas las series de referencia se aplica la prueba estimando una serie de cocientes $\{q_i\}_{i=1}^N$ entre el valor observado de la serie a la cual se aplica la prueba y el valor obtenido de una o más estaciones de referencia. El valor observado se compara con las estaciones de referencia disponibles para el estado donde se encuentra ubicada la estación candidata. Luego se estima la serie estandarizada de cocientes $\{z_i\}_{i=1}^N$, para la cual

$$z_i = (q_i - \bar{q})/s_q$$

donde \bar{q} y s_q son la media y desviación estándar muestral de la serie q_i . Sea $1 \leq \nu < N$ y $\mu_1 \neq \mu_2$, donde N es el número de años de datos disponibles.

Se desea probar la hipótesis nula:

$$H_0 : z_i \sim N(0, 1) \quad \forall i$$

con respecto a la hipótesis alternativa:

$$\begin{aligned} H_1 : z_i &\sim N(\mu_1, 1) \quad i \leq \nu \\ &\sim N(\mu_2, 1) \quad i > \nu \end{aligned}$$

La hipótesis nula implica que la media de la serie estandarizada z_i no cambia con el tiempo, mientras que la hipótesis alternativa indica que para algún tiempo ν existe un cambio en la media de la serie.

El estadístico de prueba para determinar si existe un cambio en la media de la serie z_i es el estadístico

$$T_0 = \max_{1 \leq \nu < N} \{T_\nu\}$$

donde

$$T_\nu = \nu \bar{z}_1^2 + (N - \nu) \bar{z}_2^2$$

z_1 y z_2 son las medias muestrales de los primeros ν y últimos $(N - \nu)$ valores de la serie z_i . Si T_0 es mayor que cierto nivel crítico para determinado nivel de significancia de la prueba, por ejemplo, del 95 %, se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad de la serie. En la tabla 2.1.11 se muestran los valores críticos para la prueba con $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.10$, según Alexandersson (1986) [1], para distintos valores de N , que es la longitud de la serie.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LOS DATOS

En esta sección expondremos la metodología que se utilizó para seleccionar los datos, en este sentido debemos realizar los siguientes pasos: primero debemos determinar si existen datos faltantes y seleccionar un método que nos permita completar los mismos, luego de ello se escoge una estación climatológica de las 11 que vamos analizar, la cual denominaremos serie candidata y se compara con el resto de las estaciones esto con el fin de determinar cuales son las más aledañas a la serie candidata, para esto cada serie no debe sobrepasar una distancia de 10 kilómetros, esto es lo que llamamos parámetro de adyacencia y de tal forma se evita que factores externos como el clima, la temperatura, el suelo afecten los datos debido a lo extenso de la distancia. Este procedimiento se le aplica a cada una de las estaciones, para luego detectar si existen inhomogeneidades en los datos mediante la prueba de Alexandersson y posteriormente corregir las inhomogeneidades encontradas.

Una vez que hayamos controlado la calidad de los datos a analizar procederemos a analizar la existencia o no de tendencia en las series de precipitaciones mensuales de las estaciones climatológicas Carora-granja, Carora-bomba, Carora, Sabana-grande, Los Arangues, Arenales, Burere, Río Tocuyo, Sicarigua, Curarigua y Altagracia.

Para hacer el estudio de las tendencias de la precipitación en las estaciones men-

cionadas anteriormente, aplicaremos La prueba de Alexandersson. El primer paso en el análisis es escoger un conjunto de estaciones de referencia. Una lista de estas estaciones se presenta en el Apéndice de este trabajo de grado. Una vez escogidas las series de referencia se aplica la prueba estimando una serie de cocientes $\{q_i\}_{i=1}^N$ entre el valor observado de la serie a la cual se aplica la prueba y el valor obtenido de una o más estaciones de referencia. El valor observado se compara con las estaciones de referencia disponibles para el estado donde se encuentra ubicada la estación candidata. En este caso se **asume** que las estaciones situadas en un mismo estado tienen un régimen de precipitación cuyos cambios de media, en caso de estar presentes, también estarán presentes en la estación de referencia considerada. Luego se estima la serie estandarizada de cocientes $\{z_i\}_{i=1}^N$, para la cual

$$z_i = (q_i - \bar{q})/s_q$$



donde \bar{q} es el promedio de las estaciones de referencia y s_q es la desviación estándar de la serie candidata

2.1. Análisis de los datos

2.1.1. Estación Climatológica Altagracia

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 701214, latitud 102056, altitud 459 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en abril de 1950 bajo el serial 1177.

Para el análisis tomaremos la Estación Altagracia como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Burere, Carora, Carora Granja y Río Tocuyo pues estas cumplen con los parámetros de adyacencia, ya que cada estación no sobrepasa una distancia mayor a 10Km a la estación candidata. A continuación mostraremos la representación gráfica de los datos de la estación Altagracia sin estandarizar y estandarizados.

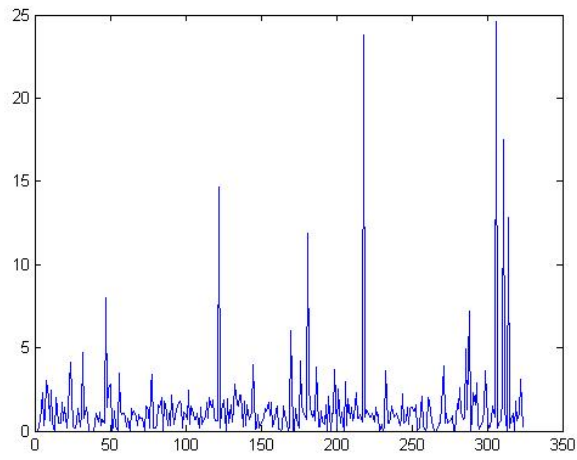


FIGURA 2.1: DATOS DE LA ESTACIÓN ALTAGRACIA SIN ESTANDARIZAR

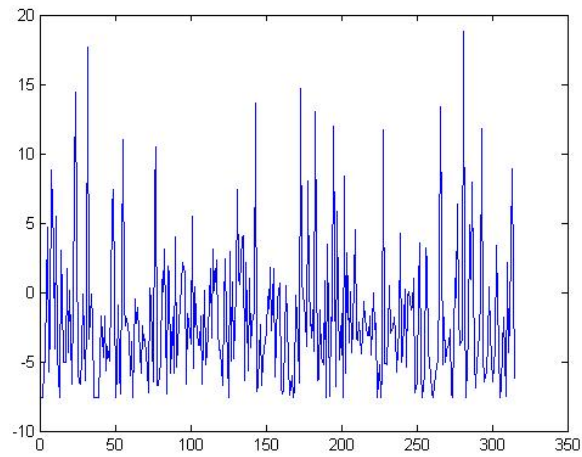


FIGURA 2.2: DATOS DE LA ESTACIÓN ALTAGRACIA ESTANDARIZADA

Ahora vamos a hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

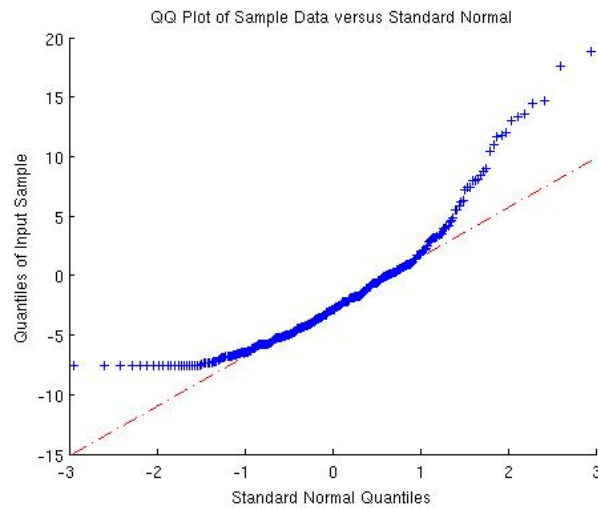


FIGURA 2.3: DATOS DE LA ESTACIÓN ALTAGRACIA ESTANDARIZADA

Vemos que la gráfica [2.3] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Altagracia

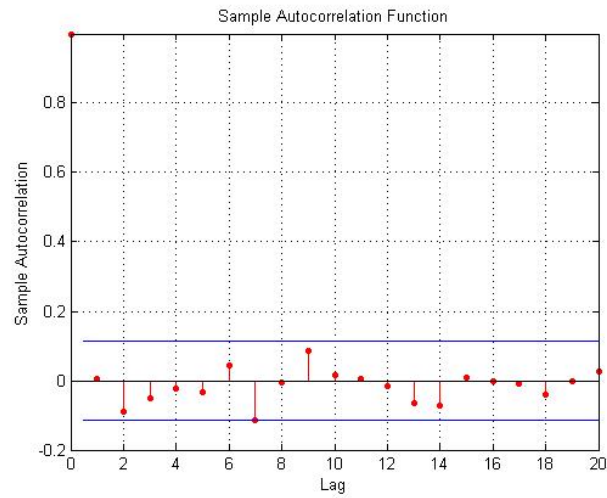


FIGURA 2.4: ACF ESTACIÓN ALTAGRACIA

La gráfica [2.4] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Altagracia en la cual los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

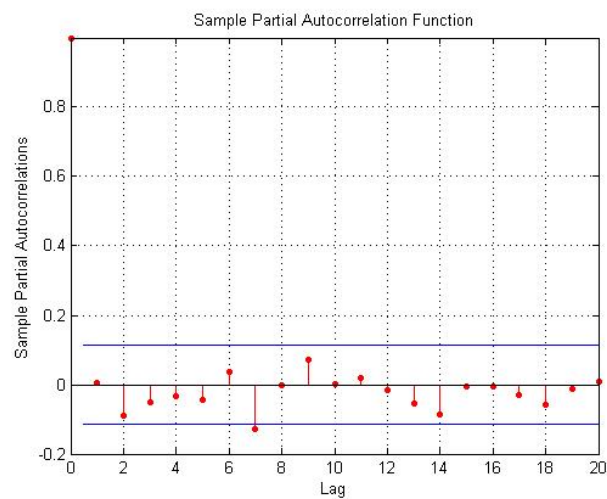


FIGURA 2.5: PACF ESTACIÓN ALTAGRACIA

La gráfica [2.5] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Altagracia en la cual se observa que para el rezago 7 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 7 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Altagracia sin estandarizar tenemos que nos arroja 752,01 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 752,01 > 8,563 = t_t$ rechazo la hipótesis nula.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95% tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 752,01 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazo la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99% tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 752,01 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Altagracia la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que existe un cambio en la media de la serie.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Altagracia ya estandarizados tenemos que nos arroja 2,961 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad tenemos que es 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 2,961 < 8,563 = t_t$ no rechazo la hipótesis nula.

Ahora para un 95% de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 2,961 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazo la hipótesis nula.

Para un 99% de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 2,961 < 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazo la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Altagracia la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la estación Altagracia son Homogéneos.

2.1.2. Estación Climatológica Burere

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 701439, latitud 100622, altitud 430 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en noviembre de 1960 bajo el serial 1186.

Tomaremos la Estación Burere como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Altagracia, Sicarigua y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Burere no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Burere sin estandarizar y estandarizados.

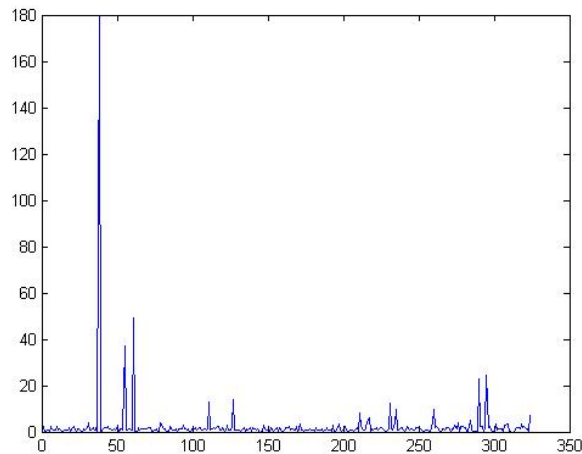


FIGURA 2.6: DATOS DE LA ESTACIÓN BURERE SIN ESTANDARIZAR

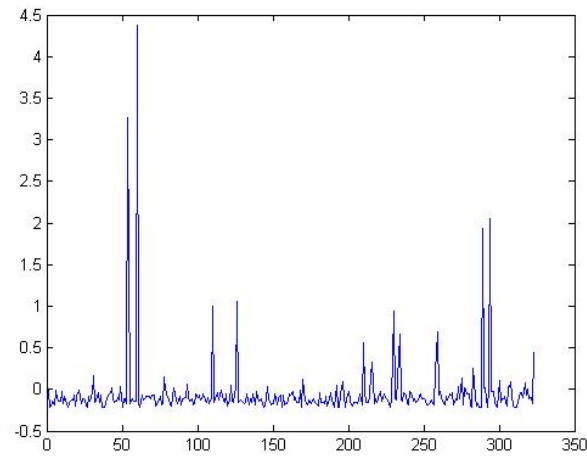


FIGURA 2.7: DATOS DE LA ESTACIÓN BURERE ESTANDARIZADA

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

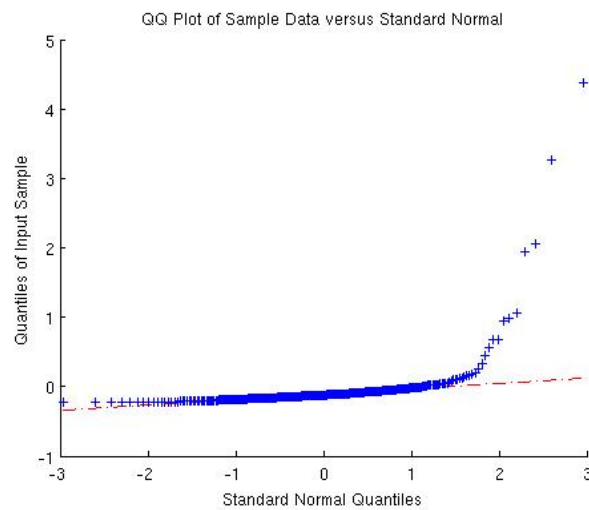


FIGURA 2.8: COMPARACIÓN CUARTILES BURERE

Vemos que la gráfica [2.8] presenta colas más anchas que la Distribución Normal.

Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Burere.

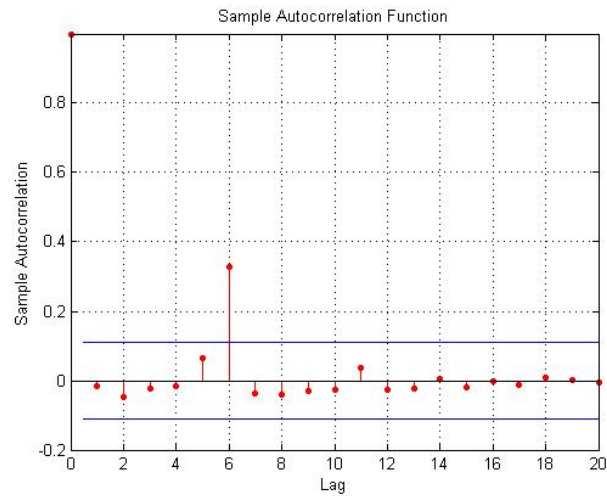


FIGURA 2.9: ACF ESTACIÓN BURERE

La gráfica [2.9] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Burere en la cual se observa que para el rezago 6 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 6 sobrepasa los límites de significancia.

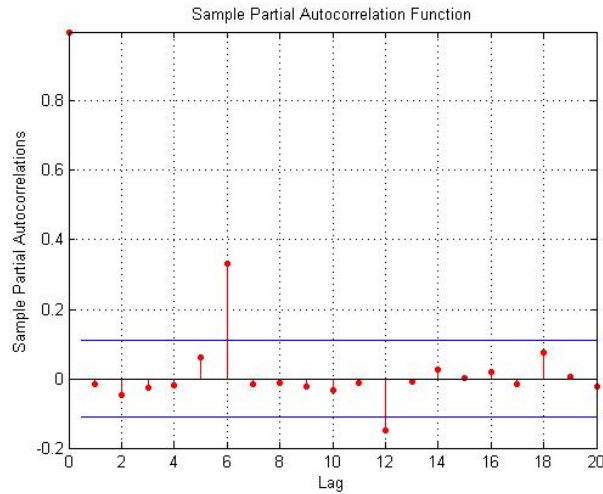


FIGURA 2.10: PACF ESTACIÓN BURERE

La gráfica [2.10] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Burere en la cual se observa que para el rezago 6 y 12 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 6 y 12 sobrepasa los límites de significancia

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Burere sin estandarizar tenemos que nos arroja 2,504 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 2,540 < 8,563 = t_t$ no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95% tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 2,540 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99% tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 2,540 < 13,357 = t_t$, por tanto no se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Burere la hipótesis nula es aceptada, lo cual nos indica que los datos de la serie Burere son Homogéneos.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Burere ya estandarizados tenemos que nos arroja 6,1045 el cual denotaremos con t_p , proceda-

mos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad tenemos que es 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 6,1045 < 8,563 = t_t$ no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95% de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 6,1045 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99% de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 6,1045 < 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Burere, la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la estación Burere son Homogéneos.

2.1.3. Estación Climatológica Carora Granja

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 700455, latitud 100946, altitud 413 metros sobre el nivel del mar. y fue instalada en febrero de 1950 bajo el serial 1187.

Tomaremos la Estación Carora Granja como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Burere, Los Arangues, Arenales y Río Tocuyo pues la distancia entre estas series a la estación Los Arangues no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Carora Granja sin estandarizar y estandarizados.

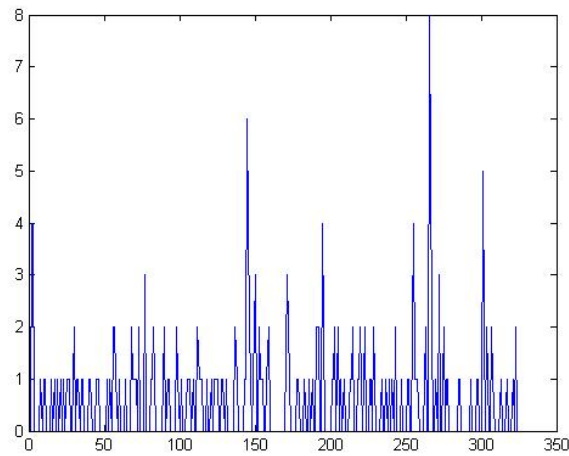


FIGURA 2.11: DATOS DE LA ESTACION CARORA GRANJA SIN ESTANDARIZAR

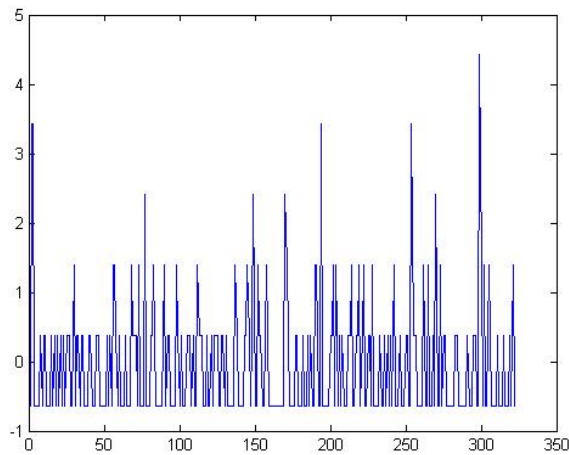


FIGURA 2.12: DATOS DE LA ESTACIÓN CARORA GRANJA ESTANDARIZADA

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

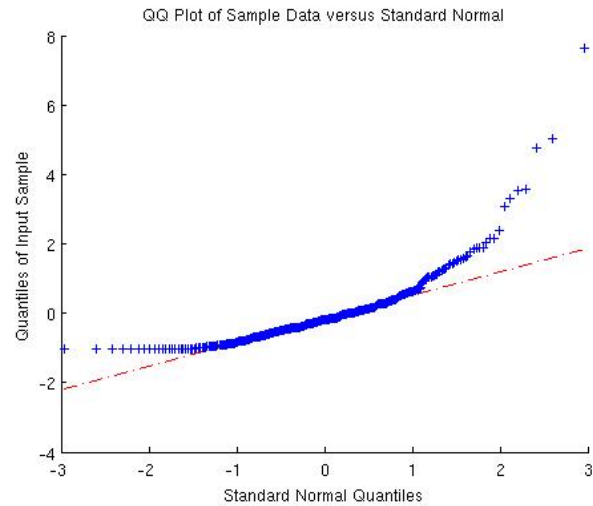


FIGURA 2.13: COMPARACIÓN CUARTILES CARORA GRANJA

Vemos que la gráfica [2.13] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Carora Granja.

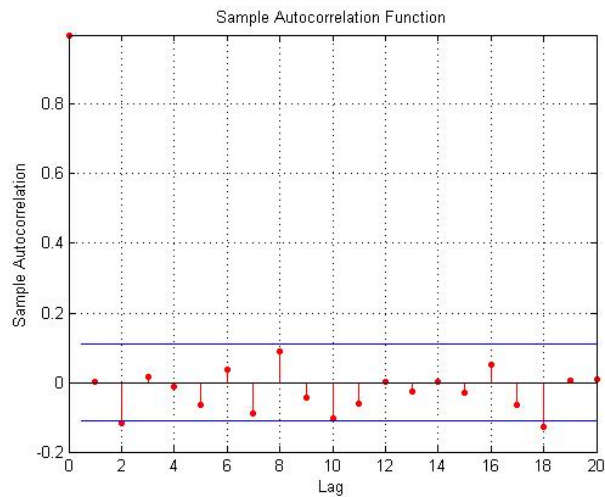


FIGURA 2.14: ACF CARORA GRANJA

La gráfica [2.14] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Carora Granja en la cual se observa que los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

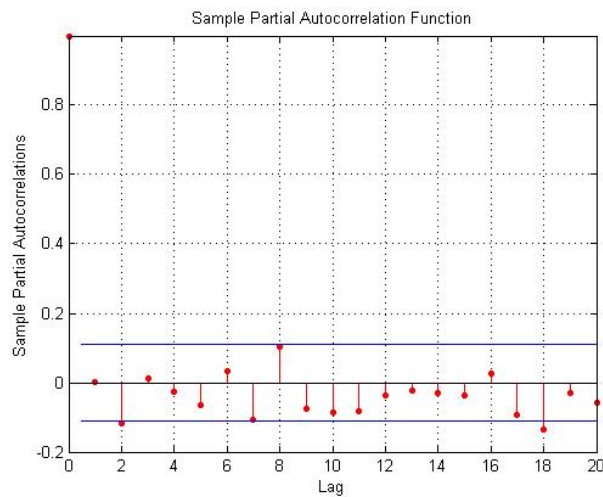


FIGURA 2.15: PACF CARORA GRANJA

La gráfica [2.15] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Carora Granja en la cual se observa que los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Carora Granja sin estandarizar tenemos que nos arroja 139,7913 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 139,7913 > 8,563 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95% tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues,

$t_p = 139,7913 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99% tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 139,7913 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Carora Granja la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que existe un cambio en la media de la serie.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Carora Granja ya estandarizados tenemos que nos arroja 12,9720 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad tenemos que es 8,6515 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 12,9720 > 8,6515 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90% la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un 95% de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 12,9720 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99% de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 12,9720 < 13,357 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Carora Granja, la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la serie Carora Granja para un 99% de confiabilidad son Homogéneos.

2.1.4. Estación Climatológica Los Arangues

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 700307, latitud 100138, altitud 551 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en marzo de 1941 bajo el serial 1199.

Tomaremos la Estación Los Arangues como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Burere, Curarigua, Arenales y Sicarigua pues la distancia entre estas series a la estación Los Arangues no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Los Arangues sin estandarizar y estandarizados.

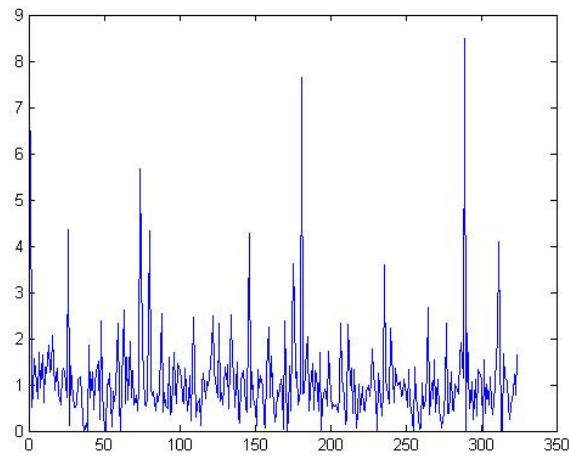


FIGURA 2.16: DATOS DE LA ESTACIÓN LOS ARANGUES SIN ESTANDARIZAR

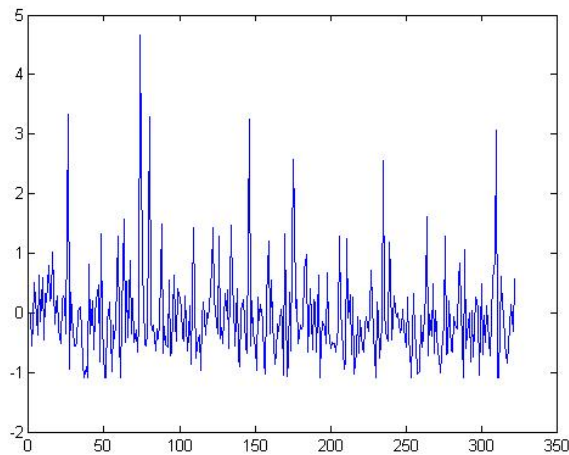


FIGURA 2.17: DATOS DE LA ESTACION LOS ARANGUES ESTANDARIZADO

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los

cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

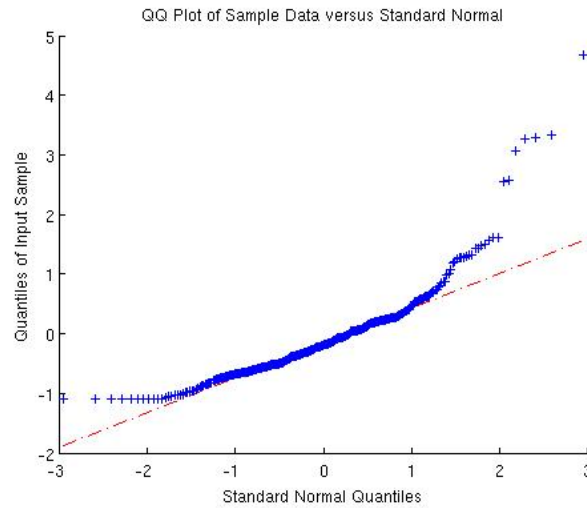


FIGURA 2.18: COMPARACIÓN CUARTILES ARANGUES

Vemos que la gráfica [2.18] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Arangues.

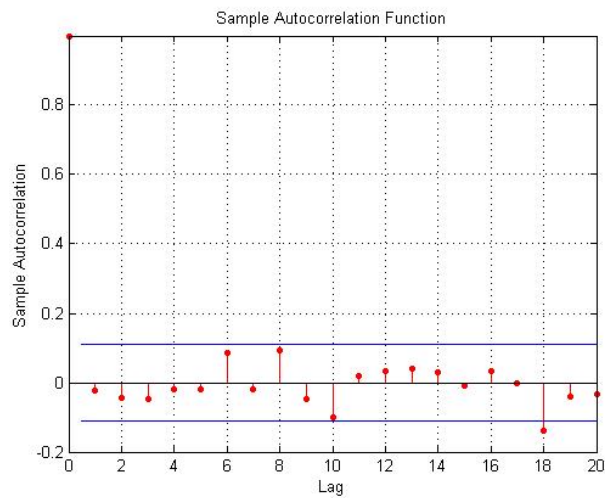


FIGURA 2.19: ACF LOS ARANGUES

La gráfica [2.19] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Los Arangues en la cual se observa que para el rezago 18 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 18 sobrepasa los límites de significancia.

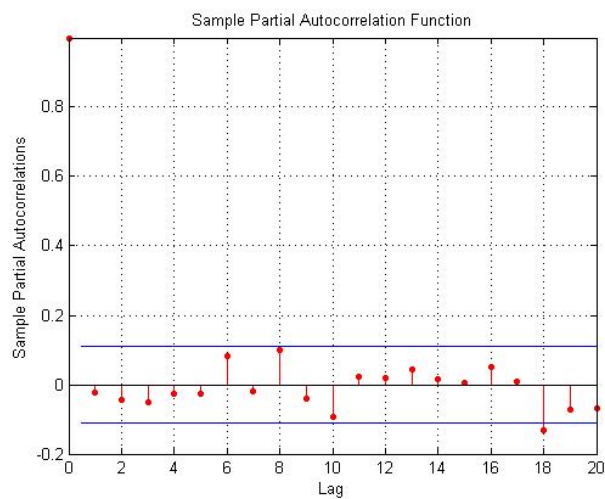


FIGURA 2.20: PACF LOS ARANGUES

La gráfica [2.20] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Los Arangues en la cual se observa que para el rezago 18 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 18 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Los Arangues sin estandarizar tenemos que nos arroja 399,3602 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 399,3602 > 8,563 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95 % tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 399,3602 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99 % tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 399,3602 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Los Arangues la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que existe un cambio en la media de la serie.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Los Arangues ya estandarizados tenemos que nos arroja 30,3507 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad tenemos que es 8,6515 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 30,3507 > 8,6515 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90 % la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un 95 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 30,3507 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 30,3507 > 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Los Arangues, la hipótesis nula se rechaza por lo que nos indica que existe un cambio en la media de

la serie.

2.1.5. Estacion Climatológica Arenales

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 695423, latitud 100924, altitud 428 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en abril de 1949 bajo el serial 1271.

Tomaremos la Estación Arenales como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Río Tocuyo, Curarigua y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Arenales no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Arenales sin estandarizar y estandarizados.

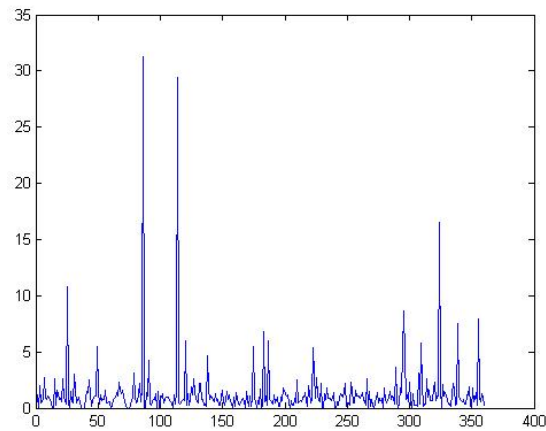


FIGURA 2.21: DATOS DE LA ESTACIÓN ARENALES SIN ESTANDARIZAR

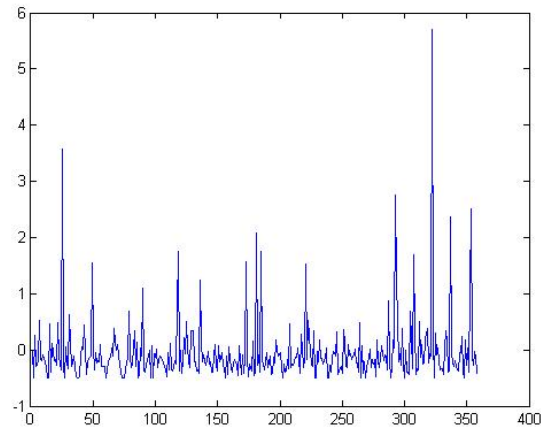


FIGURA 2.22: DATOS DE LA ESTACIÓN ARENALES ESTANDARIZADO

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

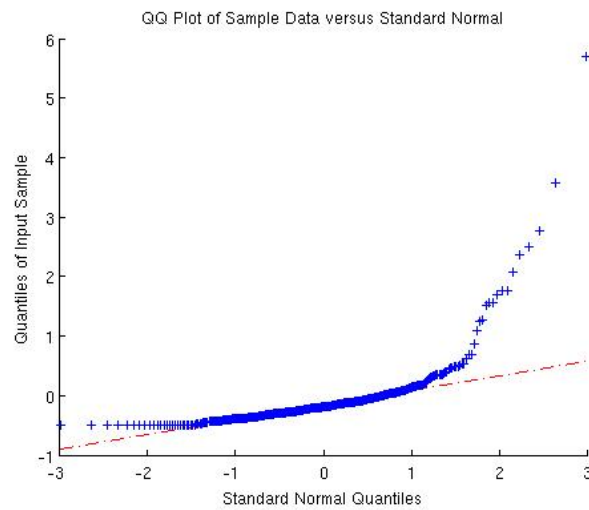


FIGURA 2.23: COMPARACIÓN CUARTILES ARENALES

Vemos que la gráfica [2.23] presenta colas más anchas que la Distribución Normal.

Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Arenales.

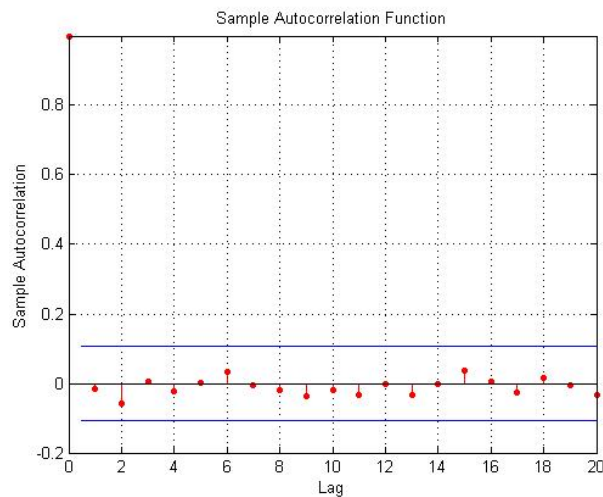


FIGURA 2.24: ACF ARENALES

La gráfica [2.24] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Arenales en la cual los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

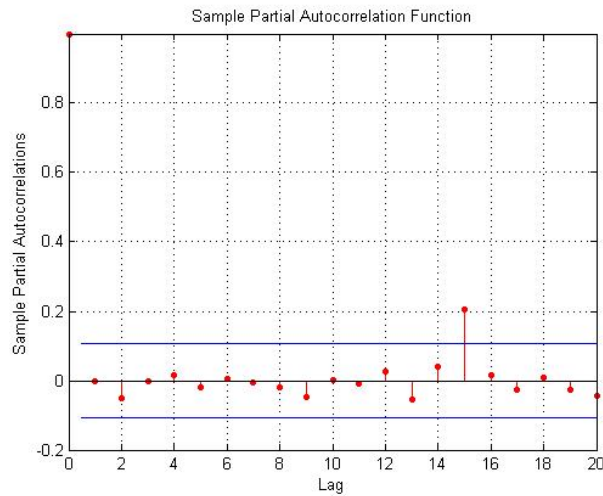


FIGURA 2.25: PACF ARENALES

La gráfica [2.25] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Arenales en la cual se observa que para el rezago 15 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 15 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 360 datos de la estación Arenales sin estandarizar tenemos que nos arroja 623,7262 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 350 y 375 dándonos como resultado 8,651 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 623,7262 > 8,651 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90 % la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95 % tenemos que $t_t = 10,139$. Así pues, $t_p = 623,7262 > 10,139 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99 % tenemos que $t_t = 13,467$. Así pues, $t_p = 623,7262 > 13,467 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Arenales la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en la

media.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Arenales ya estandarizados tenemos que nos arroja 1,5742 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad tenemos que es 8,651 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 1,5742 < 8,651 = t_t$ por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95% de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,139$. Así pues, $t_p = 1,5742 < 10,139 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99% de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,467$. Así pues, $t_p = 1,5742 < 13,467 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Arenales, la hipótesis nula no se rechaza lo cual nos indica que los datos de la estación Arenales son Homogéneos.

2.1.6. Estación Climatológica Sicarigua

Se encuentra ubicada en el estado Lara, longitud 700638, latitud 095702, altitud 475 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en septiembre de 1945 bajo el serial 2108.

Tomaremos la Estación Sicarigua como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Burere, Curarigua, Arenales y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Sicarigua no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Sicarigua sin estandarizar y estandarizados.

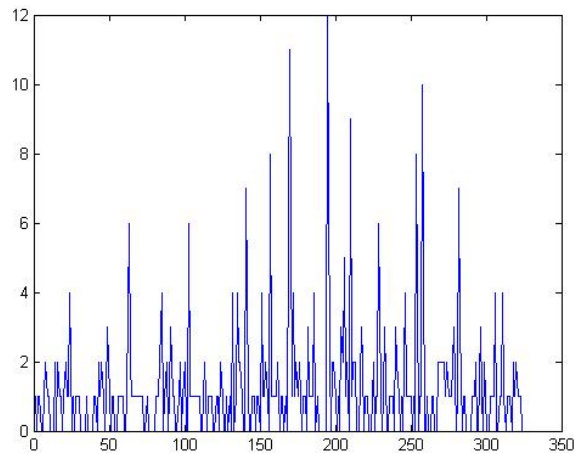


FIGURA 2.26: DATOS DE LA ESTACIÓN SICARIGUA SIN ESTANDARIZAR

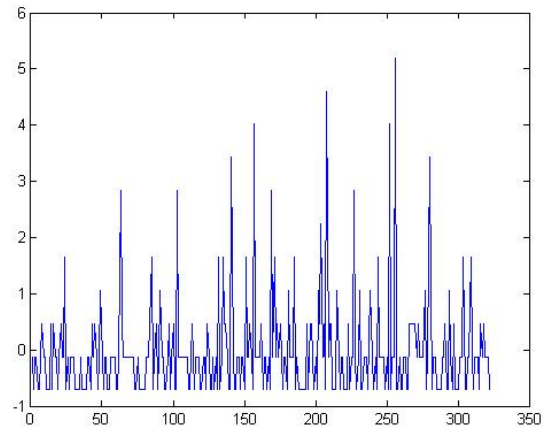


FIGURA 2.27: DATOS DE LA ESTACIÓN SICARIGUA ESTANDARIZADO

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

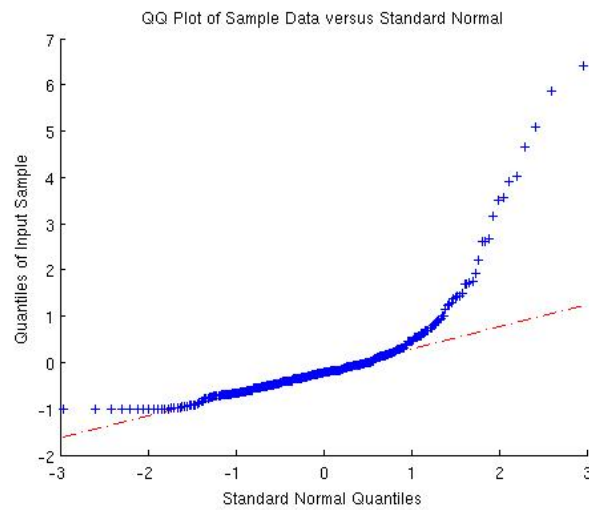


FIGURA 2.28: COMPARACIÓN CUARTILES SICARIGUA

Vemos que la gráfica [2.28] presenta colas más anchas que la Distribución Normal.

Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Sicarigua.

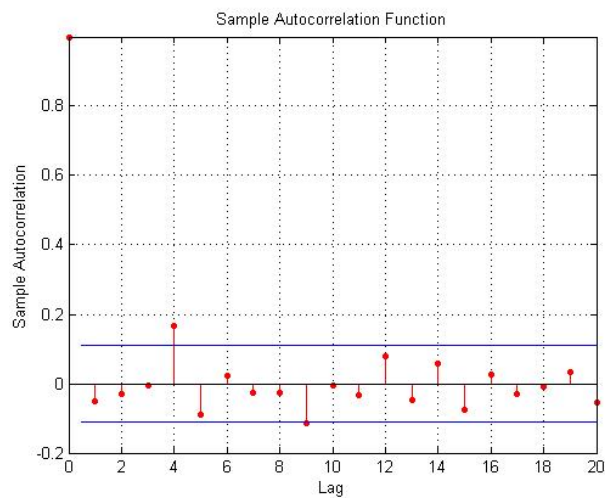


FIGURA 2.29: ACF SICARIGUA

La gráfica [2.29] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Sicarigua en la cual se observa que para el rezago 4 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 4 sobrepasa los límites de significancia.

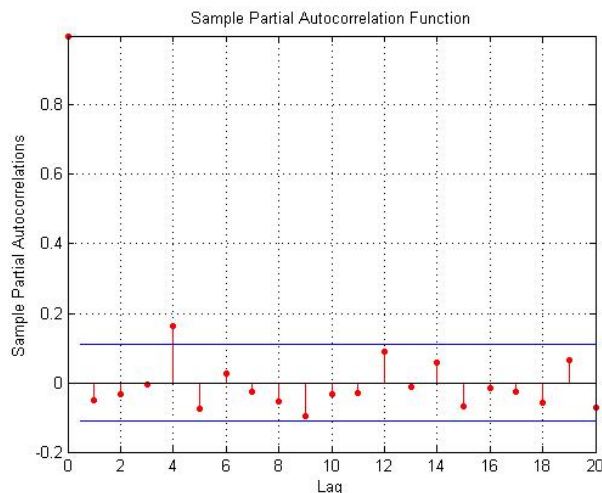


FIGURA 2.30: PACF SICARIGUA

La gráfica [2.30] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Sicarigua en la cual se observa que para el rezago 4 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 4 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Sicarigua sin estandarizar tenemos que nos arroja 491,7124 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 491,7124 > 8,563 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90% la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95% tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 491,7124 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99% tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 491,7124 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Curarigua la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en

la media.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Sicarigua ya estandarizados tenemos que nos arroja 7,7795 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad tenemos que es 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 7,7795 < 8,563 = t_t$ no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 7,7795 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 7,7795 < 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Sicarigua, la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la estación Sicarigua son Homogéneos.

2.1.7. Estación Climatológica Curarigua

Se encuentra ubicada en el estado Lara, longitud 695507, latitud 095957, altitud 627 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en abril de 1950 bajo el serial 2201.

Tomaremos la Estación Curarigua como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Burere, Sicarigua, Arenales y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Curarigua no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Curarigua sin estandarizar y estandarizados.

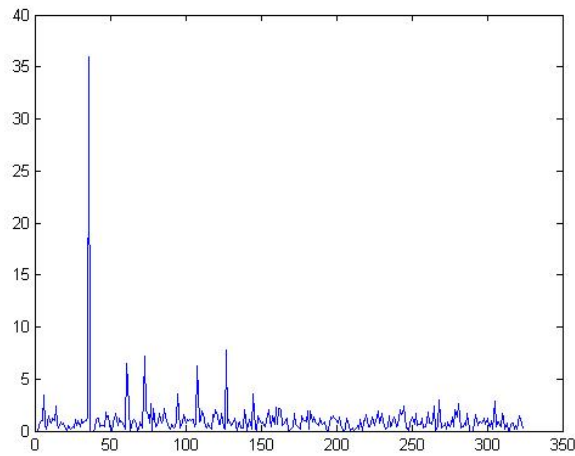


FIGURA 2.31: DATOS DE LA ESTACIÓN CURARIGUA SIN ESTANDARIZAR

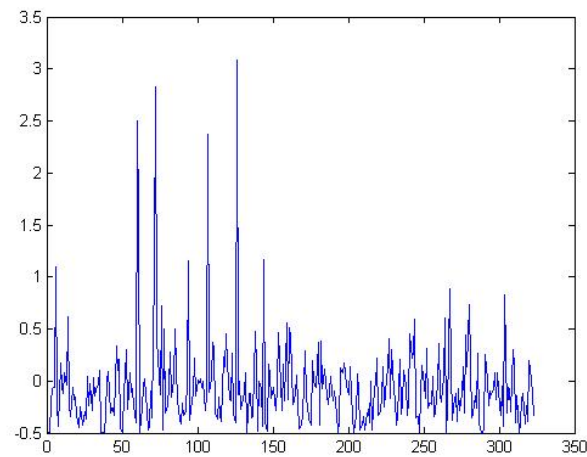


FIGURA 2.32: DATOS DE LA ESTACIÓN CURARIGUA ESTANDARIZADO

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

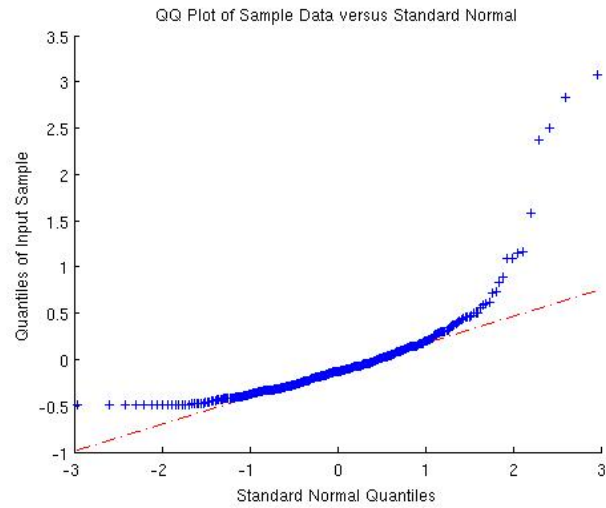


FIGURA 2.33: COMPARACIÓN CUARTILES CURARIGUA

Vemos que la gráfica [2.33] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Curarigua.

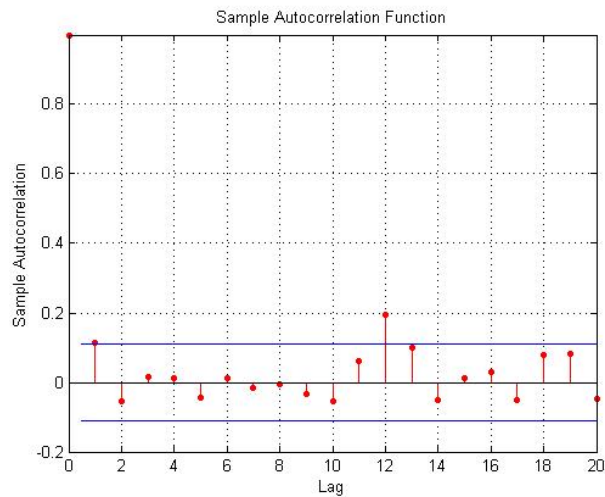


FIGURA 2.34: ACF CURARIGUA

La gráfica [2.34] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Curarigua en la cual se observa que para el rezago 12 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 12 sobrepasa los límites de significancia.

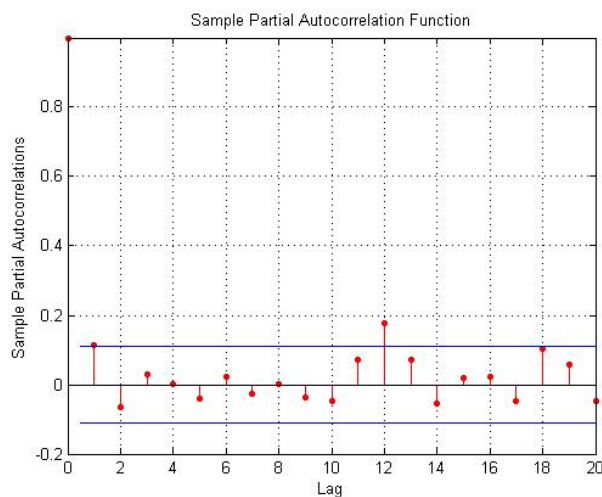


FIGURA 2.35: PACF CURARIGUA

La gráfica [2.35] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Curarigua en la cual se observa que para el rezago 12 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 12 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Curarigua sin estandarizar tenemos que nos arroja 392,7695 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 392,7695 > 8,563 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90% la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95 % tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 392,7695 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99 % tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 392,7695 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Curarigua la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en la media.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Curarigua ya estandarizados tenemos que nos arroja 4,3560 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad tenemos que es 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 4,3560 < 8,563 = t_t$ no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 4,3560 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 4,3560 < 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Curarigua, la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la estación Curarigua son Homogéneos.

2.1.8. Estación Climatológica Río Tocuyo

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud 700455, latitud 100946, altitud 413 metros sobre el nivel del mar y fue instalada en febrero de 1950 bajo el serial 1187.

Tomaremos la Estación Río Tocuyo como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora, Carora Granja, Altagracia, Arenales y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Río Tocuyo no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Río Tocuyo sin estandarizar y estandarizados.

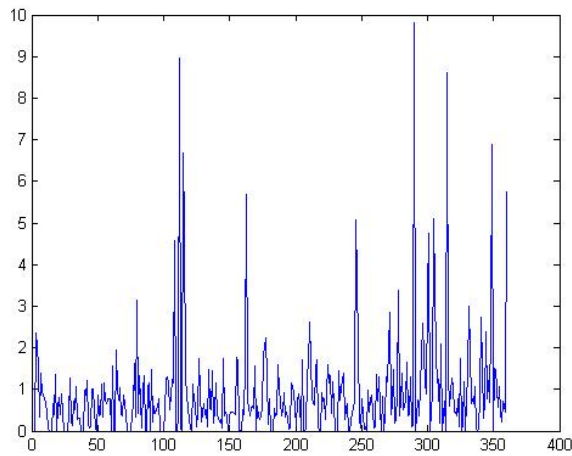


FIGURA 2.36: DATOS DE LA ESTACIÓN RÍO TOCUYO SIN ESTANDARIZAR

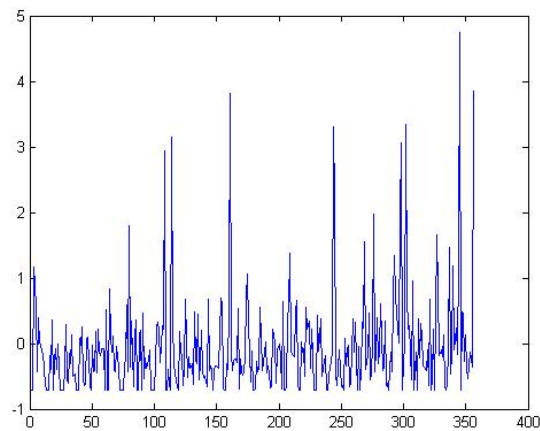


FIGURA 2.37: DATOS DE LA ESTACIÓN RÍO TOCUYO ESTANDARIZADO

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

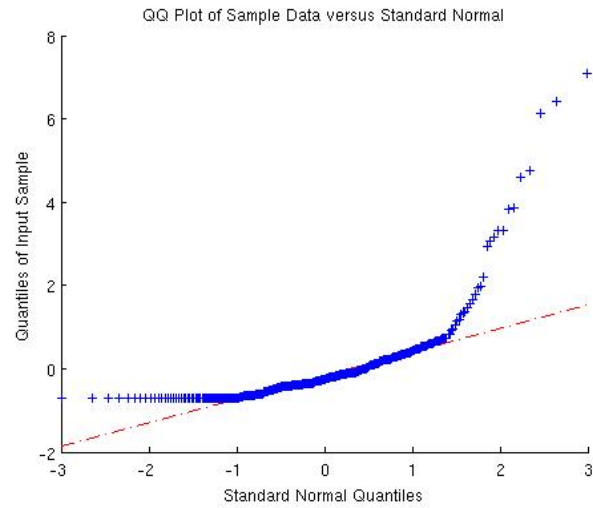


FIGURA 2.38: COMPARACIÓN CUARTILES RÍO TOCUYO

Vemos que la gráfica [2.38] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Río Tocuyo.

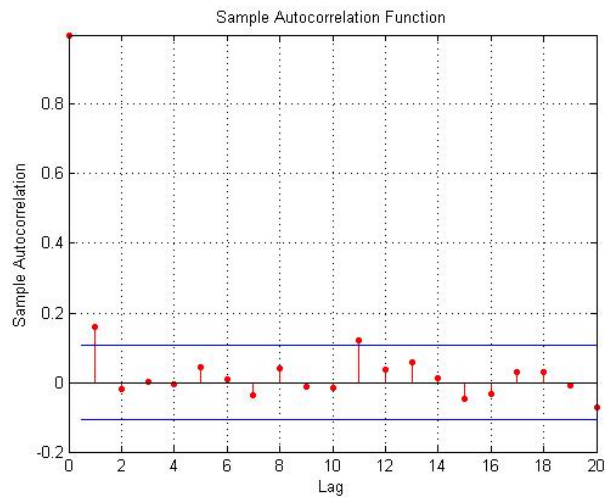


FIGURA 2.39: ACF RÍO TOCUYO

La gráfica [2.39] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Río Tocuyo en la cual se observa que para el rezago 1 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 1 sobrepasa los límites de significancia.

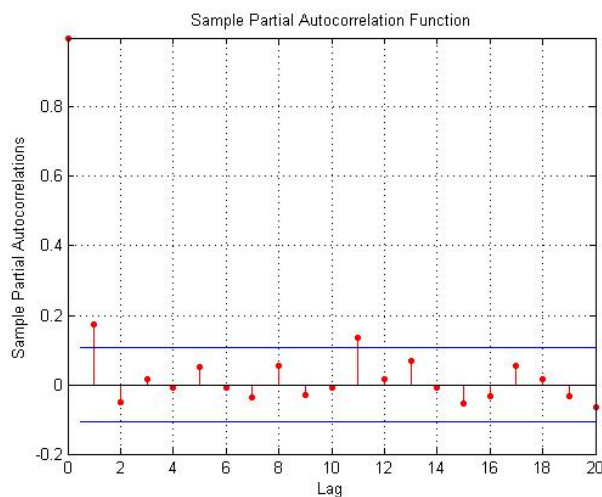


FIGURA 2.40: PACF RÍO TOCUYO

La gráfica [2.40] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Río Tocuyo en la cual se observa que para el rezago 1 y 11 existe una correlación ya que al menos el coeficiente de autocorrelación para el rezago 1 y 11 sobrepasa los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 360 datos de la estación Río Tocuyo sin estandarizar tenemos que nos arroja 312,6291 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 350 y 375 dándonos como resultado 8,651 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 312,6291 > 8,651 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90% la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95 % tenemos que $t_t = 10,139$. Así pues, $t_p = 312,6291 > 10,139 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99 % tenemos que $t_t = 13,467$. Así pues, $t_p = 312,6291 > 13,467 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Río Tocuyo la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en la media.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Río Tocuyo ya estandarizados tenemos que nos arroja 16,0436 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad tenemos que es 8,651 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 16,0436 > 8,651 = t_t$ por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,139$. Así pues, $t_p = 16,0436 > 10,139 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,467$. Así pues, $t_p = 16,0436 > 13,467 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Río Tocuyo, la hipótesis nula se rechaza lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en la media.

2.1.9. Estación Climatológica Carora

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud: 70.082741, latitud: 10.17554 y altitud: 418 metros sobre el nivel del mar. Tomaremos la Estación Carora como serie candidata y las series de referencia para esta estación son: Carora Granja, Burere, Arenales, Río Tocuyo y Los Arangues pues la distancia entre estas series a la estación Carora no sobrepasa los 10 kilómetros, por lo tanto cumple con los parámetros de adyacencia. A continuación mostraremos la representación Gráfica de los Datos de la estación Carora sin estandarizar y estandarizados

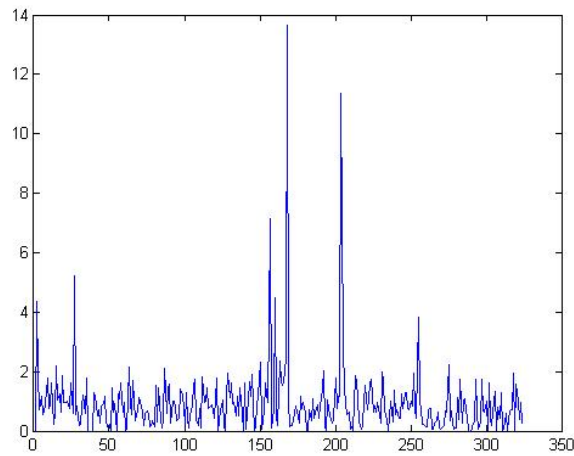


FIGURA 2.41: DATOS DE LA ESTACIÓN CARORA SIN ESTANDARIZAR

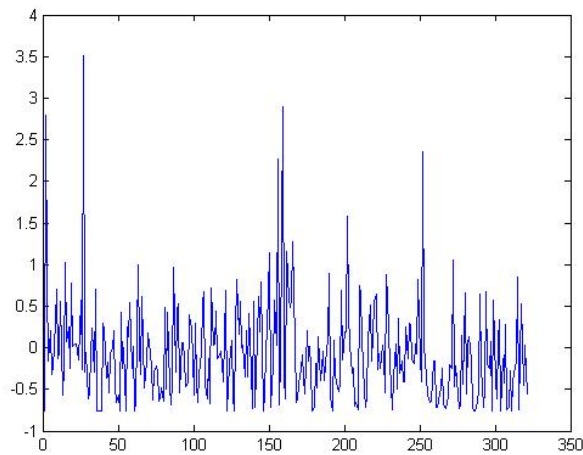


FIGURA 2.42: DATOS DE LA ESTACIÓN CARORA ESTANDARIZADA

Ahora vamos hacer una comparación gráfica entre los cuartiles de la muestra y los cuartiles a la distribución normal a los datos estandarizados.

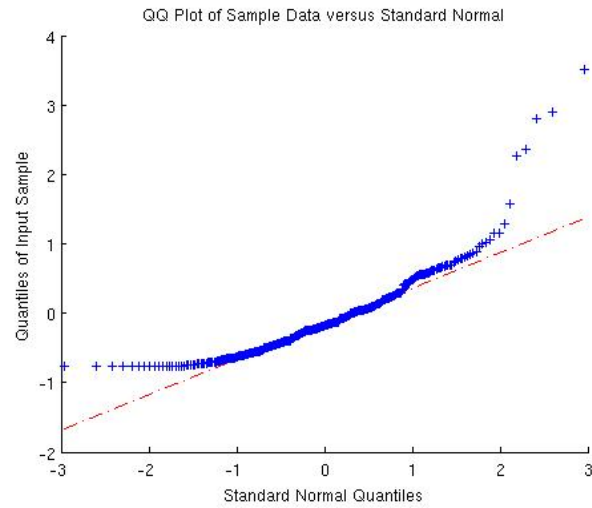


FIGURA 2.43: COMPARACIÓN CUARTILES CARORA

Vemos que la gráfica [2.43] presenta colas más anchas que la Distribución Normal. Ahora graficaremos la Función Autocorrelación y la Función Autocorrelación Parcial a la estación Carora.

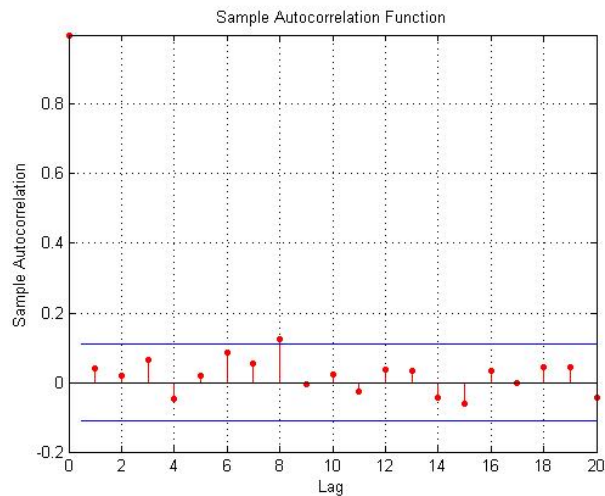


FIGURA 2.44: ACF CARORA

La gráfica [2.44] muestra la Función Autocorrelación de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Carora en la cual los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

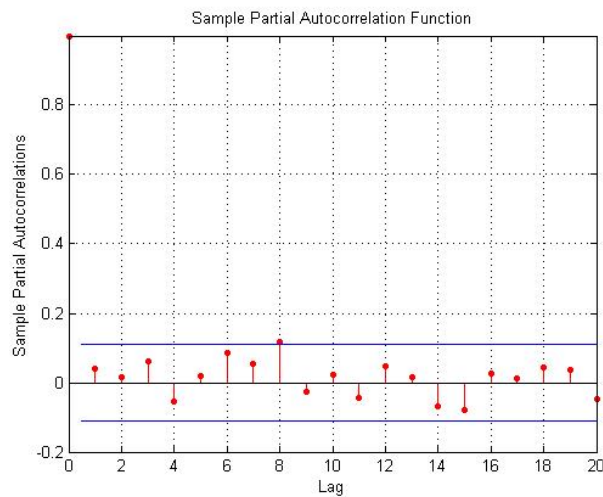


FIGURA 2.45: PACF CARORA

La gráfica [2.15] muestra la Función Autocorrelación Parcial de la serie de Precipitación correspondiente a la estación Carora en la cual los datos no parecen estar autocorrelacionados, ya que los coeficientes de autocorrelación para todos los retardos se encuentran por debajo de los límites de significancia.

Aplicando el Test de Alexandersson a los 324 datos de la estación Carora sin estandarizar tenemos que nos arroja 291,1726 el cual denotaremos con t_p procedemos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90% de confiabilidad y realizamos una interpolación de los datos de la tabla entre 300 y 325 dándonos como resultado 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 291,1726 > 8,563 = t_t$ rechazamos la hipótesis nula. Así que, para este grado de confiabilidad de 90% la serie presenta cambios en la media.

Ahora para un grado de confiabilidad del 95 % tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 291,1726 > 10,045 = t_t$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula.

Por último para un grado de confiabilidad del 99 % tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 291,1726 > 13,357 = t_t$, por tanto se rechaza la hipótesis nula.

Vemos entonces que en los datos sin estandarizar de la estación Carora la hipótesis nula es rechazada, lo cual nos indica que los datos de la serie presentan cambios en la media.

Por otro lado, aplicando el Test de Alexandersson a los datos de la estación Carora ya estandarizados tenemos que nos arroja 7,1394 el cual denotaremos con t_p , procedamos ahora a comparar este resultado con la tabla de Alexandersson para un 90 % de confiabilidad tenemos que es 8,563 el cual denotaremos con t_t .

Como $t_p = 7,1394 < 8,563 = t_t$ no rechazamos la hipótesis nula.

Ahora para un 95 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 10,045$. Así pues, $t_p = 7,1394 < 10,045 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

Para un 99 % de confiabilidad tenemos que $t_t = 13,357$. Así pues, $t_p = 7,1394 < 13,375 = t_t$, por lo tanto no rechazamos la hipótesis nula.

En consecuencia vemos que en los datos estandarizados de la estación Carora, la hipótesis nula no se rechaza por lo que podemos decir que los datos de la estación Carora son Homogéneos.

2.1.10. Estación Climatológica Carora Bomba

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud: 70.082741, latitud: 10.17554 y altitud: 418 metros sobre el nivel del mar. Los datos obtenidos de la Estación Carora Bomba presentan una inconsistencia al momentos de realizar el estudio pues esta Estación solo tiene observaciones desde el año 1944 hasta el 1950, por tanto no cumple con los parámetros del análisis, el cual es que cada Serie Climática debe tener como mínimo años consecutivos en el registro de sus datos.

2.1.11. Estación Climatológica Sabana Grande

Se encuentra ubicada en el Estado Lara, longitud: 700231, latitud: 100400, altitud: 523 metros sobre el nivel del mar, fue instalada en junio de 1948 bajo el serial 1198.

Tomaremos la Estación Sabana Grande como serie candidata para comenzar el análisis de los datos, pero notemos que el resto de las series a estudiar en este trabajo de grado se encuentran a una distancia mucho mayor de 10 kilómetros de la Estación Sabana Grande por lo que procedemos a descartarla pues no cumple con los parámetros del análisis de los datos.

Luego de verificar la homogeneidad de los datos procedemos a estimar las componentes tendenciales de las series temporales provenientes de las estaciones en estudio, obteniendo los siguientes resultados.

Estación	Componente Tendencial
Altagracia	-0.000528174
Burere	$7.8358 \times 10^{-0.005}$
Carora Granja	-0.000172431
Los Arangues	-0.000651889
Arenales	-0.00044101
Sicarigua	-0.000900813
Curarigua	-0.00034314
Río Tocuyo	-0.001396602
Carora	-0.000796963

TABLA 2.1: COMPONENTES TENDENCIALES

Puesto que los valores de las componentes tendenciales tienden a cero, podemos concluir que las series estudiadas no poseen componente tendencial.

CONCLUSIONES

En este trabajo de grado se realizo un estudio de homogeneidad a estaciones climatológicas ubicadas en ciertas zonas del Estado Lara. A pesar de que no se disponen de datos actualizados para todas las estaciones, nos enfocamos en el análisis de homogeneidad de los datos de cada una de las estaciones para proceder al análisis de la tendencia.

Aplicamos la Prueba de Alexandersson a los datos de las estaciones sin estandarizar y estandarizados, y para los datos estandarizados se verifico que las estaciones climatológicas Altagracia, Burere, Arenales, Sicarigua, Curarigua y Carora son homogéneas mientras que las estaciones Carora Granja, Los Arangues y Rio Tocuyo no lo son pues estas presentaron cambios en la media de la serie. Luego procedimos a analizar la existencia de tendencia a las estaciones climatológicas, en las cuales los valores de la componentes tendencial tendían a cero, por lo que se concluyo que las precipitaciones mensuales de las estaciones climatológicas Carora-granja, Carora-bomba, Carora, Sabana-grande, Los Arangues, Arenales, Burere, Río Tocuyo, Sicarigua, Curarigua y Altagracia no poseen componente tendencial. Se recomienda que en un próximo estudio se apliquen pruebas mas finas que estudien mas de un salto en la media de los datos y que en las series que provienen de estaciones que no son homogéneas se aplique un criterio para eliminar la inhomogeneidad antes de analizar los datos o de ajustar cualquier modelo para series temporales.

APÉNDICE A

CÓDIGO EN MATLAB

En esta sección se presenta el código del programa hecho en matlab que fue usado para detectar si existen inhomogeneidades en los datos y posteriormente corregir las inhomogeneidades encontradas.

ALGORITMO 1: CÓDIGO DE ALEXANDERSSON

```
1 function Alex=Alexandersson(X)
2 %Esta funcin calcula el estadstico de homogeneidad de Alexandersson
3 n=length(X);
4 T=[];
5 for i=1:n-1
6     a=i;
7     aux1=X(1:a);
8     z1=mean(aux1);
9     aux2=X(a+1:n);
10    z2=mean(aux2);
11    t=(a*z1^2)+((n-a)*z2^2);
12    T=[T t];
13 end
14 Alex=max(T);
```

TABLA DE ALEXANDERSSON

En la siguiente tabla 2.1.11 se muestran los valores críticos para la prueba con $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.10$, según [1], para distintos valores de N , que es la longitud de la serie.

Sample size	Critical level (%)						Sample size	Critical level (%)					
	90	92	94	95	97.5	99		90	92	94	95	97.5	99
10	4.964	5.197	5.473	5.637	6.188	6.769	145	8.063	8.529	9.120	9.490	10.877	12.660
12	5.288	5.554	5.876	6.068	6.729	7.459	150	8.086	8.554	9.147	9.519	10.906	12.694
14	5.540	5.831	6.187	6.402	7.152	8.001	155	8.111	8.578	9.172	9.543	10.933	12.725
16	5.749	6.059	6.441	6.674	7.492	8.440	160	8.133	8.601	9.195	9.569	10.966	12.759
18	5.922	6.248	6.652	6.899	7.775	8.807	165	8.155	8.625	9.222	9.596	10.992	12.793
20	6.070	6.410	6.830	7.089	8.013	9.113	170	8.174	8.643	9.241	9.615	11.016	12.820
22	6.200	6.551	6.988	7.257	8.220	9.380	175	8.195	8.666	9.265	9.641	11.046	12.851
24	6.315	6.675	7.123	7.400	8.400	9.609	180	8.214	8.685	9.283	9.658	11.062	12.872
26	6.417	6.785	7.246	7.529	8.558	9.812	185	8.233	8.706	9.307	9.683	11.089	12.904
28	6.509	6.884	7.353	7.643	8.697	9.993	190	8.252	8.725	9.325	9.701	11.110	12.930
30	6.592	6.973	7.451	7.747	8.825	10.153	195	8.268	8.741	9.343	9.720	11.132	12.956
32	6.669	7.056	7.541	7.841	8.941	10.300	200	8.286	8.761	9.364	9.741	11.156	12.982
34	6.741	7.132	7.625	7.930	9.050	10.434	225	8.361	8.838	9.446	9.826	11.247	13.083
36	6.803	7.201	7.699	8.009	9.143	10.552	250	8.429	8.908	9.516	9.898	11.329	13.175
38	6.864	7.263	7.768	8.081	9.230	10.663	275	8.489	8.970	9.581	9.966	11.399	13.248
40	6.921	7.324	7.835	8.151	9.317	10.771	300	8.540	9.022	9.635	10.020	11.460	13.326
42	6.972	7.380	7.894	8.214	9.390	10.865	325	8.587	9.070	9.685	10.071	11.517	13.389
44	7.022	7.433	7.951	8.273	9.463	10.957	350	8.633	9.117	9.732	10.118	11.565	13.440
46	7.071	7.484	8.007	8.331	9.530	11.040	375	8.670	9.157	9.775	10.161	11.613	13.494
48	7.112	7.529	8.054	8.382	9.592	11.116	400	8.706	9.193	9.814	10.202	11.654	13.542
50	7.154	7.573	8.103	8.432	9.653	11.193	425	8.738	9.224	9.844	10.234	11.692	13.580
52	7.194	7.616	8.149	8.480	9.711	11.259	450	8.771	9.260	9.882	10.272	11.730	13.623
54	7.229	7.654	8.190	8.524	9.760	11.324	475	8.798	9.288	9.912	10.302	11.761	13.655
56	7.264	7.690	8.230	8.566	9.810	11.382	500	8.828	9.317	9.939	10.330	11.795	13.690
58	7.299	7.727	8.268	8.606	9.859	11.446	525	8.854	9.344	9.967	10.360	11.827	13.730
60	7.333	7.764	8.308	8.647	9.906	11.498	550	8.878	9.369	9.995	10.386	11.854	13.751
62	7.363	7.796	8.343	8.683	9.947	11.548	575	8.901	9.391	10.016	10.408	11.878	13.782
64	7.392	7.827	8.375	8.717	9.985	11.599	600	8.923	9.414	10.040	10.431	11.904	13.813
66	7.421	7.857	8.408	8.752	10.026	11.648	650	8.963	9.455	10.083	10.476	11.949	13.856
68	7.449	7.886	8.439	8.784	10.067	11.692	700	9.001	9.493	10.119	10.511	11.986	13.904
70	7.475	7.913	8.467	8.814	10.099	11.737	750	9.033	9.524	10.152	10.547	12.026	13.947
72	7.499	7.938	8.496	8.844	10.134	11.776	800	9.063	9.557	10.187	10.580	12.059	13.975
74	7.525	7.965	8.523	8.873	10.171	11.822	850	9.093	9.587	10.216	10.612	12.096	14.023
76	7.547	7.989	8.548	8.898	10.200	11.858	900	9.119	9.614	10.244	10.640	12.120	14.041
78	7.570	8.013	8.575	8.926	10.230	11.895	950	9.143	9.638	10.269	10.665	12.149	14.070
80	7.591	8.035	8.599	8.951	10.259	11.928	1000	9.168	9.664	10.295	10.692	12.176	14.105
82	7.613	8.059	8.623	8.976	10.290	11.966	1100	9.211	9.708	10.339	10.736	12.220	14.150
84	7.634	8.079	8.647	9.001	10.315	11.995	1200	9.246	9.745	10.377	10.775	12.263	14.197
86	7.655	8.102	8.670	9.026	10.347	12.033	1300	9.283	9.781	10.415	10.812	12.304	14.235
88	7.673	8.121	8.691	9.047	10.370	12.059	1400	9.313	9.812	10.446	10.845	12.340	14.271
90	7.692	8.140	8.710	9.067	10.394	12.089	1500	9.347	9.846	10.481	10.880	12.374	14.312
92	7.711	8.160	8.732	9.090	10.417	12.120	1600	9.372	9.871	10.506	10.904	12.396	14.339
94	7.730	8.181	8.752	9.110	10.447	12.153	2000	9.464	9.965	10.603	11.002	12.500	14.443
96	7.745	8.196	8.770	9.127	10.465	12.175	2500	9.551	10.052	10.690	11.089	12.591	14.540
98	7.762	8.214	8.788	9.147	10.484	12.196	3000	9.618	10.121	10.760	11.161	12.664	14.619
100	7.778	8.231	8.807	9.167	10.507	12.228	3500	9.675	10.178	10.818	11.219	12.727	14.683
105	7.819	8.273	8.851	9.214	10.562	12.291	4000	9.727	10.229	10.869	11.271	12.779	14.734
110	7.856	8.312	8.892	9.255	10.608	12.343	4500	9.766	10.269	10.911	11.313	12.820	14.777
115	7.891	8.350	8.931	9.296	10.656	12.401	5000	9.803	10.307	10.948	11.349	12.859	14.817
120	7.921	8.380	8.963	9.330	10.694	12.446	7500	9.938	10.442	11.085	11.487	12.997	14.959
125	7.952	8.413	8.999	9.365	10.735	12.488	10 000	10.031	10.537	11.180	11.584	13.095	15.063
130	7.983	8.446	9.032	9.400	10.772	12.538	15 000	10.152	10.658	11.302	11.707	13.221	15.186
135	8.010	8.474	9.063	9.431	10.808	12.579	20 000	10.236	10.743	11.388	11.791	13.305	15.271
140	8.038	8.501	9.092	9.462	10.845	12.621	50 000	10.480	10.988	11.634	12.039	13.556	15.523

TABLE 2: CRITICAL VALUES OF THE SNHT STATISTIC T FOR VARIOUS SAMPLE SIZES

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Alexandersson. A. “ a homogeneity test applied to precipitation data”. *Journal of Climatology*, (6):661–675, 1986.
- [2] Quintana-Gómez. R. A. “ trends of maximum and minimum temperature in northern south america”. *Journal of Climate*, 12(7):2104–2112, 1999.
- [3] Guenni. L. et al. “ análisis de la tendencia y la estacionalidad de la precipitación mensual en venezuela”. *Revista Colombiana de estadística*, pages 1–25, 2008.
- [4] Puertas. O. et al. “ estudio de tendencia en la precipitación mensual en la cuenca alta-media del río arauca. colombia”. *Dyna*, (169):112–120, 2011.
- [5] Brockwell. P. and Davis. R. “ *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer Texts in Statistics, second edition, 2002.
- [6] Stepanek. P. “ homogeneización de la temperatura del aire en la república checa durante el período instrumental”. *Geographica*, (43):5–24, 2003.